UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA
MESTRADO EM ENSINO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA

LUCIANA MONTES PIZYBLSKI

O ENSINO DE POTÊNCIAS E SUAS PROPRIEDADES: UM ENFOQUE À LUZ DAS NEUROCIÊNCIAS

DISSERTAÇÃO

PONTA GROSSA
2011

LUCIANA MONTES PIZYBLSKI

O ENSINO DE POTÊNCIAS E SUAS PROPRIEDADES: UM ENFOQUE À LUZ DAS NEUROCIÊNCIAS

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciência e Tecnologia, do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia, Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Guataçara dos Santos Júnior

PONTA GROSSA

2011

Ficha catalográfica elaborada pelo Departamento de Biblioteca
da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus Ponta Grossa
n.15 /11

P695 Pizyblski, Luciana Montes

O ensino de potências e suas propriedades: um enfoque à luz das neurociências. / Luciana Montes Pizyblski. -- Ponta Grossa: [s.n.], 2011.
154 f. : il. ; 30 cm.

Orientador: Prof. Dr. Guataçara dos Santos Júnior

Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciência e Tecnologia) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus Ponta Grossa. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia. Ponta Grossa, 2011.

1. Fixação. 2. Memorização. 3. Matemática. 4. Neurociência. I. Santos Júnior, Guataçara dos. II. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus Ponta Grossa. III. Título.

CDD 507

Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Campus de Ponta Grossa
Diretoria de Pesquisa e Pós-Graduação
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO
DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA

TERMO DE APROVAÇÃO

Título de Dissertação Nº **19/2010**

O ENSINO DE POTÊNCIAS E SUAS PROPRIEDADES: UM ESTUDO À LUZ DAS NEUROCIÊNCIAS

por

Luciana Montes Pizyblski

Esta dissertação foi apresentada às **14 horas** de **16 de dezembro de 2010** como requisito parcial para a obtenção do título de MESTRE EM ENSINO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA, com área de concentração em Ciência, Tecnologia e Ensino, linha de pesquisa em **Fundamentos** e **Metodologias para** o **ensino de Ciências e Matemática**, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia. O candidato foi argüido pela Banca Examinadora composta pelos professores abaixo assinados. Após deliberação, a Banca Examinadora considerou o trabalho aprovado.

Prof. Dionisio Burak (UEPG)

Profª. Drª. Nilcéia Aparecida Maciel Pinheiro (UTFPR)

Profª. Drª. Sani de Carvalho Rutz da Silva (UTFPR)

Prof. Dr. Guataçara dos Santos Junior (UTFPR) - *Orientador*

Visto do Coordenador:

Prof. Dr. Guataçara dos Santos Junior
Coordenador do PPGECT

À minha família, amores da minha vida,
dou graças pela comunhão diária.

A Deus, grande Pai e verdadeiro Mestre.

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, Isaias Pilatti Montes e Arlete Santi Montes, que conduziram e incentivaram a minha formação educacional e em especial neste trabalho.

Aos meus irmãos, irmã, cunhado, cunhadas, sobrinhos, sobrinhas e genro pelo carinho, amor a mim dispensados em cada dia do meu viver.

Ao Cláudio Luiz Pizyblski, esposo dedicado, companheiro fiel.

Às minhas queridas filhas, Elisandra Montes Pizyblski e Andressa Montes Pizybliki, razão e incentivo de lutar pela vida e pela conquista de meus objetivos.

Às minhas queridas amigas Gisele Puchta Carraro Fustemberg, Herika Galante Messias, Suzette Burak, Màrcia Regina Scheibel, Débora Barni e Regina Janiaki Copes, pelos incentivos durante esta trajetória.

Às professoras Dra Nilcéia Aparecida Maciel Pinheiro, Dra Sani de Carvalho Rutz da Silva e Prof. Dr. Dionísio Burak, membros da banca examinadora deste trabalho, pelas importantes contribuições.

Ao Prof. Dr. Guataçara dos Santos Júnior, orientador da pesquisa, pelo respeito as minhas opiniões e valorização do meu trabalho.

Às pessoas que tornaram possível este trabalho.

Em especial, à irmã Edites Bet, diretora geral dos Colégios Sagrada Família, que abriu as portas para que esta pesquisa acontecesse in lócus, e pelo grande incentivo e apoio no percurso desta trilha.

À Maria, mãe do Grande Mestre Jesus, pelo coração amoroso com que sempre me acolheu.

RESUMO

PIZYBLSKI, Luciana Montes. **O ensino de potências e suas propriedades:** um enfoque à luz das neurociências. 2011. 153 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciência e Tecnologia) - Programa Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Ponta Grossa, 2011.

Esta pesquisa teve por objetivo explicar por meio da neurociência a importância da prática da fixação de conteúdos para a aprendizagem. Estudos sobre a fisiologia e o funcionamento do cérebro nos aspectos cognitivos realizados por Kumon (1995), Moura (1996), Kawashima (2002), Santos (2004), Santos e Bueno (2004), Bueno e Oliveira (2004), Bertolozzi (2004), Tabacow (2006), Iziquierdo (2006, 2007), Mora (2007), Fiori (2008), Andrade, Cardoso e Sabbatini (2008), Gomez e Terán (2009), Bravo (2010), bem como os estudos da teoria Psico-Genética de Jean Piaget desenvolvidos por Seber (1997), Ferreiro (2001), Chiarottino (2002) e, ainda, sobre aprendizagem significativa de Ausubel descritos por Moreira (1999) contribuíram para fundamentar a prática pedagógica desenvolvida em 2010, nas aulas de Matemática, em turmas de 8ª séries do Colégio Sagrada Família, localizado no município de Ponta Grossa, Paraná. A pesquisa de campo, de caráter exploratório, aconteceu durante as aulas de Matemática em que foi ministrado o conteúdo de Potências e suas Propriedades, conteúdo esse revisado por meio da utilização da revista em quadrinhos intitulada “Matemática Bacaninha” construída, por nós, dentro dos preceitos da neurociência. Os dados coletados durante a pesquisa de campo revelaram que: a) o aluno entende melhor o conteúdo após o processo de fixação desse; b) a memorização e a internalização do conhecimento nas estruturas cognitivas do aluno acontecem quando lhes são oportunizados momentos de revisão do assunto com a utilização de metodologias diferenciadas. Embora a fixação de conteúdos e a memorização sejam pontos questionáveis ao meio acadêmico e pedagógico – considerados ultrapassados e mecanicistas – recentes estudos neurocientíficos apresentados neste trabalho, a partir de exames realizados com o cérebro humano em funcionamento MRIF (Ressonância Magnética Funcional) e PET (Tomografia por Emissão de Pósitrons) apresentam aspectos adversos a esse pensamento. Este estudo não descarta, em hipótese alguma, as contribuições das várias teorias pedagógicas para se levar o aluno à aprendizagem. Todavia, ressalta que é importante levar em conta os recentes estudos sobre o funcionamento do cérebro humano, sede do pensamento e da aprendizagem, no momento em que a criança e ou o jovem recebem as informações e as transformam em conhecimentos produzidos.

Palavras-chave: Fixação. Memorização. Matemática. Neurociência.

ABSTRACT

PIZYBLSKI, Luciana Montes. **The teaching of powers and their properties:** an approach in the light of neurosciencies. 2011. 153 p. Dissertation (Teaching Science and Technology) – Program the Post Graduate School of Science and Technology, Federal Technology University - Paraná. Ponta Grossa, 2011.

This research aims to explain, through neuroscience, the importance of the retention of content for learning. Studies on physiology and the function of the brain in cognitive terms made by Kumon (1995), Moura (1996), Kawashima (2002), Santos (2004), Santos and Bueno (2004), Bueno and Oliveira (2004), Bertolozzi (2004) Tabacow (2006), Iziquierdo (2006, 2007), Mora (2007), Fiore (2008), Andrade, Cardoso and Sabbatini (2008), Gomez and Terán (2009), Bravo (2010), as well as studies of Jean Piaget's Psycho-Genetic Theory developed by Seber (1997) Ferreiro (2001) and Chiarottino (2002) and also the study on meaningful learning by Ausubel described by Moreira (1999) helped to substantiate the pedagogical practice developed in 2010 in Mathematics classes of 8th graders at the Holy Family College, located in Ponta Grossa, Paraná. The field research, which was exploratory in nature, happened during the Mathematics classes in which the subject of 'powers and their properties' was discussed through the use of a comic book entitled "Cool Mathematics" developed by us within the principles of neuroscience. The data collected during the field survey reveal that: a) the student better understands content after the process of retention, b) memorization and the internalization of knowledge in the cognitive structures of students happens when they are allowed time to review the subject with the use of different methodologies. Although retention of content and memorization are questionable aspects in the academic and teaching fields - considered outdated and mechanistic - recent neuroscientific studies which are presented in this work present alternatives to this thinking through tests performed on the human brain using MRIF (Functional Magnetic Resonance Imaging) and PET (Positron Emission Tomography). This study does not rule out under any circumstances, the contributions of the various pedagogical theories to lead students to learning. However, we emphasize that it is important to take into account recent studies on the human brain, the seat of thought and learning, at the time that the child or young person receives information and transforms it into produced knowledge.

Keywords: Retention, Memorization, Mathematics, Neuroscience.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Cada vez mais se vê a humanidade em busca do conhecimento e do aprimoramento de suas capacidades. Pode-se afirmar que ciência e tecnologia andam lado a lado, de tal maneira que o desenvolvimento de uma impulsiona o da outra, gerando a ciranda do conhecimento, da informação e do produto e, ainda, interferindo e desestabilizando a vida do homem contemporâneo.

O momento atual caracteriza-se por uma crise cultural profunda sem precedentes na história da humanidade. Essa crise configura-se segundo Landsheere (1996, p.84) como “um estado de desequilíbrio grave provocado pelo avanço das condições tecnológicas, sociais ou ideológicas consideradas normais ou que prevaleçam durante um período mais ou menos longo”.

Sendo assim, para uma sobrevivência adequada, as exigências são muito mais intelectuais que físicas, fazendo com que, nesse processo de adaptação, sejam imprescindíveis ações mentais superiores como as de análise, síntese e criatividade. Toda essa mudança desencadeou uma revisão nas formas de pensar e preparar os indivíduos e, a Escola, sendo parte integrante dessa formação, precisa adaptar-se a esse processo.

A escola brasileira enfrenta grandes desafios, principalmente quanto à qualidade da aprendizagem. Um dos sinalizadores dessa lacuna refere-se aos baixos índices obtidos em exames internacionais de aprendizagem como no caso o PISA (Programa Internacional de Aferição de Estudantes), realizado pela OCDE (Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico), entidade formada por 30 países. O Brasil não faz parte da entidade, mas foi convidado a participar pela terceira vez consecutiva. As áreas de atuação são: Matemática, Ciências e Leitura. O objetivo principal desse exame é produzir indicadores que contribuam com a qualidade da educação básica e, que possam subsidiar políticas nacionais de melhoria da educação.

Essa participação é relevante para o Brasil por situar o desempenho dos alunos brasileiros no contexto da realidade educacional internacional, facilitando também o acompanhamento sobre as áreas de conhecimento por ele avaliadas.

Outro fator importante da participação nesse exame é a possibilidade de avaliar os alunos no término da educação obrigatória, e verificar se adquiriram conhecimentos e habilidades essenciais para a participação efetiva na sociedade.

Nos exames – PISA 2000, 2003 e 2006 – que o Brasil participou, o ano de 2003 foi que deu maior ênfase para a área de matemática. Em comparação com o exame realizado no ano de 2000, o ano de 2003 apresentou um melhor desempenho na disciplina de matemática. No entanto, em comparação as outras 57 nações ficou classificado em um dos últimos lugares (INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA, 2009, p.1).

Outros sinalizadores do baixo desempenho de aprendizagem são percebidos no dia a dia escolar, ou seja, na sala de aula. Dessa forma, cabe ao professor exercer o papel de investigador dos problemas de ensino-aprendizagem, assim como, perceber a melhor forma de levar o conhecimento necessário ao aluno para que a aprendizagem aconteça de fato.

No contexto escolar atual, no ensino de matemática tem-se encontrado sérios problemas relacionados aos resultados de aprendizagem obtidos pelos alunos. A prática escolar da autora deste trabalho, por mais de vinte e quatro anos consecutivos em oitavas séries do Ensino Fundamental 2[1], na disciplina de Matemática, trouxe com ela percepções e necessidades de pesquisas sobre o ensino e a aprendizagem da matemática.

Tendo como ponto principal a busca pelo fortalecimento da matemática básica e, por acreditar que essa representa o alicerce, o ponto de partida na estruturação do raciocino lógico e esse, quanto mais aprimorado, maior será o seu desenvolvimento na aprendizagem da matemática, é que se propôs uma pesquisa que discutisse como o adolescente constrói sistemas e "teorias". Ou seja, como se dá a passagem do pensamento concreto (término das operações construídas durante a segunda infância) para o pensamento formal (Hipotético-dedutivo), a partir dos doze anos de idade.

Nessa caminhada como professora percebeu-se que boa parte dos alunos de oitavas séries do Ensino Fundamental 2, entendia o novo conteúdo explicado, mas ao praticarem, lhes faltavam conhecimentos básicos matemáticos – ditos elementares – as "ferramentas", tais como as operações de adição, subtração, multiplicação, divisão, e as tabuadas; adição de frações, produtos notáveis, etc. Enfim, conteúdos prévios necessários para cada novo conteúdo a ser introduzido.

---

[1] Ensino Fundamental 2: Período compreendido entre a 5ª e 8ª série do Ensino Fundamental.

Mais especificamente, por exemplo, observou-se nos alunos ao ensinar Potências e suas Propriedades, que quando aplicadas as propriedades do produto ou quociente de potências de mesma base, faltava-lhes a compreensão de adição de números inteiros; quando dada uma potência de base decimal não sabiam colocar as casas decimais no resultado, ou iniciar a operação da multiplicação de números decimais. Nos casos de base negativa elevada à expoente par ou ímpar, as dificuldades se encontravam em regras de sinais; para as potências de expoentes inteiros e negativos, que necessitavam da inversão da base, faltava-lhes o entendimento de que todo número natural e inteiro apresentam denominadores unitários para a posterior inversão.

Dessa forma, o trabalho de revisão de qualquer conteúdo fazia-se insuficiente, pois não bastava lembrá-los, mas, sim, formar em suas estruturas cognitivas esses conhecimentos novamente. Então, percebeu-se que a aprendizagem e memória se entrelaçam na formação do raciocínio lógico matemático e juntas podem conferir ao aluno as habilidades necessárias para o êxito na disciplina.

A importância da matemática básica estruturada ao longo dos Ensinos Fundamental 1 e 2[2], na vida do educando é relevante para seu desempenho futuro tanto na escola quanto em situações de vida. É preciso que essa esteja disponível em sua memória e que possa ser resgatada a cada necessidade. A forma como Nunes e Bryant (1997, p.31) referem-se a esse processo é “ser numeralizado” o que para eles significa pensar matematicamente sobre situações.

Para isso, torna-se necessário conhecer os sistemas matemáticos de representação que utilizamos como ferramentas. Esses devem ter sentido, estar relacionados às situações nas quais podem ser usados, não sendo suficiente aprender procedimentos, mas transformá-los em ferramentas de pensamentos.

Entende-se por sistemas matemáticos de representação “ferramentas”, os conteúdos que ajudem o aluno a elaborar seu raciocínio e a resolver os problemas propostos, tais como: as quatro operações básicas, as operações com frações, os produtos notáveis, a fatoração, por exemplo, e tantos outros conteúdos básicos que constituem os pilares dessa formação.

---

[2] Ensinos Fundamental 1 e 2: Etapa compreendida da 1ª à 8ª série.

O professor Kumon (1995, p.40) enfatizava que o cálculo está na base do raciocínio lógico e, se o aluno não souber calcular com facilidade, não saberá resolver problemas matemáticos complexos, que exigem operações e raciocínio lógico. Quanto mais o aluno avança nos estudos mais conteúdos básicos formam sua estrutura de pensamento matemático e devem estar disponíveis em sua memória.

Quando David Ausubel (apud MOREIRA, 1999, p.11) cunhou o termo aprendizagem significativa na década de sessenta, propôs a estratégia dos organizadores prévios como a principal estratégia instrucional, perfazendo um ponto de apoio à estrutura cognitiva do aprendiz para que a aprendizagem acontecesse. Acredita-se que o cálculo básico na mente do educando funciona como organizador prévio da lógica matemática, quando eficazmente estruturado, capaz de levar o aluno a uma operação mental efetiva.

São relevantes as dificuldades apresentadas pelos alunos nos ensinos: Fundamental e Médio. Pode-se perceber através do acompanhamento do aluno na sala de aula, que aqueles cuja formação básica não os conduziu ao domínio do cálculo básico, das tabuadas e à incorporação de conhecimentos estruturantes, apresentam dificuldades nos problemas de raciocínio lógico, na agilidade mental, na concentração e interpretação de resultados. A experiência da sala de aula mostrou também que alunos com facilidade "em fazer operações" e que as fazem mentalmente, no caso de operações simples como a adição, subtração, multiplicação e divisão com dois algarismos apenas, apresentam raciocínios superiores e mais rápidos, diante das novas situações curriculares incluindo a resolução de problemas.

A formação do professor e o discurso de aprendizagem tornaram a palavra fixação "proibida" na Educação, vista no sentido de "saber de cor", ou de fazer exercícios desconectados da realidade, fazer por fazer, sem reflexão. Esta interpretação equivocada pode estar levando às práticas de sala de aula pouco significativas, deixando de formar os conteúdos prévios introdutórios na disciplina de matemática. Isto também pode estar gerando uma matemática deficiente, pois é possível encontrar aluno na última série escolar do ensino fundamental 2, que ainda apresenta dificuldades em operações elementares como: adição, subtração, multiplicação e divisão, advindas das primeiras séries; assim como a falta de incorporação da tabuada e como consequência a falta de habilidade com os números.

No ensino da Matemática para a introdução de um novo conteúdo é importante que sejam levantados os conteúdos prévios - pré-requisitos – que o aluno já possui, isto é, aquilo que ele foi acumulando nas experiências do cotidiano. Caso o aluno não tenha se apoderado dos conteúdos estruturantes – pré-requisitos – para seguir em frente nas etapas seguintes, a aprendizagem torna-se comprometida, com lacunas no processo de aprendizagem. Isso, afeta a compreensão do conteúdo que está sendo ministrado pelo professor e, dessa forma, passar para o conteúdo seguinte sem que o aluno tenha assimilado o anterior, leva o aluno a impressão de incapacidade, distanciando-o cada vez mais, levando-o a pensar que não entende a matéria “matemática”, resultando na aversão pela disciplina.

Por essa razão defende-se uma espécie de trabalho que leve o aprendiz a assimilar, a “fixar” os conteúdos básicos, que envolva diversas maneiras de apresentação desse conteúdo proporcionando a análise, a reflexão e a crítica do aluno. A própria concepção da palavra “fixar” expressa a necessidade de repetir, pois fixação é uma função da memória utilizada para reter imagens ou ideias, tornar firme, estável aquilo que se aprendeu. De acordo com estudos de Fiori (2008), a neurociência tem observado que se não for oferecido ao aluno o conteúdo ao menos três vezes, variando as formas de apresentação com resoluções que exijam reflexões e questionamentos, o aprendizado não acontece. Salvo em mentes especiais.

Na escola atual, a grande quantidade de conteúdos exigidos série a série vem em detrimento da qualidade. Abreviando, assim, o processo de entendimento por parte do aluno e consequentemente da assimilação. Dessa forma, este trabalho apresenta a ideia de que a repetição contribui para a retenção de conhecimentos.

Acredita-se propiciar o aluno a uma construção continuada e progressiva do conhecimento, por meio de etapas que permitam ao aluno um avanço significativo naquilo que está aprendendo.

Essas discussões levam ao questionamento: Seriam as formas de trabalho e concepções pedagógicas desenvolvidas pelo professor em sala de aula as co-responsáveis pelos resultados insuficientes da escola brasileira?

Para respondê-la, buscaram-se os estudos da Neurociência que é um caminho possível para descobertas de como se dá a aprendizagem em nível de pensamento e memória, tratando-se de um campo extenso e em ascensão.

A teoria Psico-Genética de Jean Piaget "Construtivismo" sobre o funcionamento das estruturas mentais responsáveis pela construção do conhecimento e de como se dá a aprendizagem, tem uma estreita relação com a neurociência. Torna-se interessante ressaltar que os achados resultantes das leituras realizadas para a elaboração e fundamentação deste trabalho levaram à percepção de uma relação da teoria Psico-Genética de Jean Piaget "Construtivismo", com a Neurociência, como destaca a pesquisadora Doutora Zélia Chiarottino, mais adiante no capítulo 2.

Diante do exposto este trabalho apresenta-se inovador, porque trata de estudos recentes sobre a aprendizagem quando relacionados ao cérebro humano. Apresenta a prática da matemática como uma forma de expansão das células cerebrais, como impulsionadora das sinapses[3] cujos efeitos podem estar diretamente ligados ao desenvolvimento do raciocínio lógico.

Pode num primeiro momento, pelo uso de palavras e expressões como: retenção de conteúdos, fixação, apreensão, dar a impressão ao leitor de um trabalho retrógrado dando a idéia do papel do professor como um mero repassador de informações, empenhado apenas em repetir para memorizar. Ao contrário, por tratar-se de algo novo, mas que se utiliza de palavras que não fazem mais parte do cotidiano do professor e talvez não se esperasse que pudesse vir à tona na época atual, nada interfere nas práticas que trazem o aluno a ser parte integrante na articulação do conhecimento.

Sendo assim, se entende esta pesquisa como uma extensão a tudo que se tem feito para a melhoria do ensino da Matemática. E quanto ao papel do professor contemporâneo como o de articulador da aprendizagem, preocupado em perceber e buscar soluções para as dificuldades apresentadas pelos alunos para o entendimento da disciplina. Mas, que inova ao procurar entender como funcionam as estruturas do pensamento humano, de como fazer para que a aprendizagem seja cada vez mais significativa.

---

[3] Sinapses: Comunicação entre as células nervosas.

No entendimento da autora deste trabalho, é necessária uma abertura para o que se é mostrado no presente estudo e, que em momento algum se toma uma posição contrária a continuar estudando e aperfeiçoando cada vez mais a prática da sala de aula, se utilizando de diferentes metodologias. Todavia, porque não aceitar as contribuições de outras ciências que possam esclarecer os fenômenos vividos pela escola e pelo aluno.

Neste trabalho, foram ministradas aulas sobre assunto “Potências e suas Propriedades” as quais são descritas uma a uma no capitulo 4. Dessas aulas criou-se um produto – uma revista em quadrinhos intitulada “Matemática Bacaninha”.

Espera-se com este trabalho apresentar aos professores estudos neurocientíficos que possam auxiliar no entendimento sobre a importância da “fixação” como uma prática necessária para a aprendizagem significativa. Se um atleta precisa treinar na sua modalidade esportiva, várias horas por dia ou por semana, porque não se pode treinar a mente que também se constitui parte física do organismo do ser humano para que chegue ao seu melhor desempenho?

1.1 OBJETIVOS DA PESQUISA

1.1.1 Objetivo Geral

As situações apresentadas levaram a questionamentos e hipóteses que culminaram no objetivo geral desta pesquisa.

- Explicar por meio da neurociência que a prática da fixação, favorece a memorização e a estruturação da aprendizagem nas estruturas cognitivas do aluno.

1.1.2 Objetivos Específicos

- Apresentar os conhecimentos da neurociência sobre o cérebro e seu funcionamento, descrevendo aspectos pertinentes às funções da mente específicas para as memórias, de curto e longo prazo, memória operacional;

- Analisar a importância de conteúdos prévios, como o cálculo básico na estruturação do conhecimento da matemática;
- Justificar a importância da fixação de conteúdos, estabelecendo um paralelo entre a teoria psicogenética de Jean Piaget e a neurociência cognitiva;
- Produzir um material de apoio à prática em sala de aula para memorização, fixação e revisão no ensino de Potências e suas Propriedades.

1.2 JUSTIFICATIVA

Educar hoje sugere um trabalho que vai além da transmissão de conhecimentos. Procura-se instrumentalizar o aluno, abrir caminhos para que ele possa fazer, inclusive, a leitura de mundo com as competências e habilidades matemáticas como: compreender, analisar, tirar conclusões e tomar decisões. O desenvolvimento de suas capacidades plenas se torna fundamental para sua autonomia na busca dos saberes que comporão sua formação.

Conhecer o funcionamento do cérebro quanto à aprendizagem é tão importante quanto estudar as teorias pedagógicas e suas aplicações. Essa percepção levou à realização desta pesquisa e para tal buscou-se subsídios científicos na neurociência e na teoria de Jean Piaget. É importante ressaltar que essas duas correntes científicas devem ser interpretadas como teorias que se entrelaçam para explicar o fenômeno da construção do conhecimento na mente humana. Piaget (1971, p. 27), se preocupou não apenas em entender como a criança adquiriu tal conhecimento, mas quais os processos mentais de mudança e evolução, e mais especificamente, mecanismos e processos que o ser humano passa quando da aquisição de um conhecimento elementar para o mais avançado. Chamou então de “epistemologia genética” assim nominada no sentido de gênese representando a formação do conhecimento e referia-se a ela como disciplina.

Acredita-se que a ligação a ser estabelecida entre essas duas áreas do saber e sua interpretação e sugestão práticas apresentadas neste trabalho possam ser capazes de iluminar o trabalho do professor de matemática dos Ensinos Fundamental 1 e 2. A matemática básica, instrumentalizadora[4] encontra-se em crise na escola brasileira.

As teorias pedagógicas tiveram sua importância na história da educação e no desempenho do professor em sala de aula, no entanto, a maneira como foram interpretadas, em especial a teoria Psico-Genética de Jean Piaget, causou mais desencontros entre os professores e resultados nada satisfatórios em questões de aplicação dessas metodologias.

Como refletem as palavras de Moreira (1999), em relação ao Construtivismo, citadas no segundo capítulo deste trabalho, deixam claro que:

> Na sala de aula, o construtivismo tem sido confundido com método construtivista, ou com aprendizagem por descoberta, ou ainda, o que é pior, com simples atividades manipulativas. Crê-se, ingenuamente que só por estar manipulando coisas o aluno está construindo. Construtivismo não é isto. (MOREIRA, 1999, p.15).

Essa abordagem esclarece as lacunas deixadas nos últimos anos no ensino da matemática que o levaram aos baixos índices de aprendizagem, pois não se aprende matemática sem seguir os passos necessários à estruturação do conhecimento.

Em Brasil (1998, p.21), encontram-se os obstáculos que o país enfrenta quanto ao ensino da matemática. A falta de formação profissional qualificada, as restrições advindas das condições de trabalho, a falta de políticas educacionais efetivas e, ainda, um aspecto relevante - evidenciado neste trabalho – é o das interpretações equivocadas das concepções pedagógicas.

Esses obstáculos se fazem sentir nos resultados obtidos em avaliações nacionais e internacionais. A formação básica no Brasil encontra-se fragilizada. Os Ensinos Fundamental 1e 2 apresentam índices alarmantes de repetição escolar e

---

[4] Instrumentalizadora: que produz as “ferramentas”, conteúdos fundamentais que ajudam o aluno a elaborar seu raciocínio e a resolver problemas.

baixo rendimento. No relatório expedido pela UNESCO (Organização das Nações Unidas para a Educação, Ciência e Cultura), encontra-se:

> No Brasil, a taxa de sobrevivência na quinta série em 2005 foi de 80,5% inferior à de 2001, quando atingia 84,5, segundo informações do Inep. Significa que de cada 100 alunos que entram na primeira série do ensino fundamental, apenas 80 chegam à quinta série. (RELATÓRIO DE MONITORAMENTO DE EDUCAÇÃO PARA TODOS BRASIL, 2008, p.17)

Além da reprovação e da evasão, o nível de conhecimento básico dos alunos que frequentam o Ensino Fundamental 1 e 2 está muito aquém do necessário para que haja uma formação efetiva nas disciplinas. No *ranking* Internacional, o Brasil aparece em um dos últimos lugares em aferições relevantes como: "Educação para todos", que avalia o Ensino Fundamental, elaborado pela UNESCO e do Programa Internacional de Aferição de estudantes (PISA), que avalia estudantes do Segundo Grau, expedido pela OCDE (Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico). Na primeira aferição, em 2008, ocupou a 88ª posição entre 128 países avaliados; na segunda, em 2006, ocupou a 52ª posição entre 57 países avaliados.

O PISA avalia alunos na faixa etária de 15 anos, de escolas públicas e particulares; as notas seguem uma escala de 0 a 800 pontos. A disciplina aferida no ano de 2006 foi a de ciências, lembrando que mesmo sendo esta a principal disciplina outras também foram avaliadas. No ano em questão, a média nacional ficou em torno de 390 pontos. É escolhida uma das três disciplinas a cada ano de submissão: ou matemática, ou leitura ou ciências.

No Relatório de Monitoramento de Educação para Todos Brasil (2008), sobre o ensino fundamental, encontram-se comparações que merecem atenção:

> Comparando-se, porém, o valor informado pelo Inep com os dados apresentados no Relatório, observa-se que nesse indicador a situação do Brasil em 2005 é melhor apenas que a de Bangladesh, Índia, Nigéria e Paquistão, entre os países do E-9. É pior que a média da América Latina e a dos países sul-americanos mais populosos. A situação desfavorável apresentada pelo Brasil, onde o acesso à educação primária encontra-se quase universalizado, reflete problemas de qualidade do ensino e de fluxo escolar, como as mais elevadas taxas de repetência entre os países aqui comparados. (Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura, UNESCO, 2008.p.11)

Os dados obtidos levam a reflexões. O que não significa dizer que estas não estejam acontecendo no meio educacional e governamental. O desempenho escolar deve proporcionar ao aluno habilidades e competências capacitando-o para o exercício consciente de sua profissão e porque não dizer para o exercício da sua cidadania. Portanto, espera-se mais que um boletim com notas excelentes, espera-se saber para a vida.

Se os equívocos de interpretação do Construtivismo e outras teorias que fizeram cair por terra a fixação como prática pedagógica causaram tantas dificuldades para a base matemática dos alunos, por que não repensar e ir além das aparências?

Estudar cientificamente a repetição de exercícios se faz necessário. Esse assunto tem sido motivo de muita discussão entre professores, pais e até mesmo de pessoas pouco ligadas ao contexto escolar. Como professora de matemática, é muito comum presenciar no meio docente e fora dele – opiniões de professores de outras disciplinas – de como deveria ser o trabalho do professor de matemática. Até mesmo revistas de circulação nacional emitem opiniões e, muitas vezes, os colunistas dizem o que é melhor e criticam severamente o trabalho e as práticas da sala de aula como verdades absolutas.

Portanto, é necessário que as descobertas neurocientíficas cheguem a todos os lugares onde se discute e se trabalha a educação. Para as neurociências as tarefas de ativação mental são acompanhadas por mudanças no metabolismo cerebral. No âmbito da aprendizagem na sala de aula, as tarefas e os exercícios proporcionam mudanças metabólicas. Representam muito mais do que parecem, são relevantes para o desenvolvimento do cérebro. Em Cardoso e Sabbatini (2007), tem-se que:

> A conseqüência prática do conhecimento de que as células nervosas crescem e se modificam em resposta às experiências e aprendizagem enriquecedora é extraordinária: A educação de crianças em um ambiente enriquecedor desde a mais tenra idade pode ter impacto sobre as capacidades cognitivas e de memória futuras. (CARDOSO; SABBATINI, 2007, p.3)

Essa ativação mental também estudada por Dr. Kawashima com sofisticados exames do cérebro em funcionamento, citados neste trabalho no segundo capítulo, desperta para a importância da assimilação por meio da repetição que conduzem à memorização.

Em Iziquierdo (2007, p. 82), encontra-se que: “Pela simples falta de uso perdemos numerosas conexões sinápticas e, com elas, memórias”. Também relata que a partir dos novos achados nas neurociências de vários investigadores, cita como principais: William Greenough e Yuri Geinisman, ambos dos Estados Unidos, que em seus numerosos trabalhos descreveram um aumento da arborização axônica e dendrítica dos neurônios após aprendizados mais ou menos complexos em ratos e outras espécies.

Os locais do cérebro onde isso se verificou variam de acordo com o tipo e a natureza da memória formada assim descritas por Iziquierdo (2007, p.82):

> Geinsisman descreveu modificações peculiares tanto das terminações axônicas como das correspondentes áreas dendríticas, não só no hipocampo após a aquisição de memórias, mas também após a estimulação repetitiva de fibras nervosas que chegam ao hipocampo em ratos, que causava longas potenciações das respostas sinápticas hipocampiais. (IZIQUIERDO, 2007, p.82)

A questão fundamental é a estimulação para se obter ativação cerebral e memória. Mora (2009), ao relatar sobre aprendizados escolares coloca a Matemática como: “Ciência lógico-educativa que contém uma parte importante de mecanização e automatização operativas”. (MORA, 2009, p. 447). Afirma que essa disciplina exige memória, intuição e sagacidade para a resolução de problemas; agilidade e rapidez para o cálculo, capacidade de abstração e domínio dos símbolos.

O entendimento que se tem da fixação de conteúdos é que essa deve ser realizada de forma dinâmica e com sentido, e que o professor pode se utilizar de textos, situações problemas contextualizadas, jogos e, por que não, de exercícios práticos que façam o aluno refletir sobre seus enunciados e treinar a utilização de conteúdos estruturais.

Atuar na sala de aula permite observar que o analfabetismo matemático, a ansiedade, os bloqueios e todas as consequências acima citadas, ao contrário do que parece, vêm da negligência e da falta de prática da matemática. O aluno tem medo da matemática porque não domina raciocínios elementares. Há a falta de estruturação lógica dos conteúdos anteriores em sua mente pela “ausência” de estudo e de memorização o que acarreta essas consequências. Quando se vê envolto em cobranças de raciocínios nas avaliações que ele mesmo percebe "fáceis", mas que não sabe e não consegue resolvê-las, pelas razões já citadas, porque não se empenhou suficientemente não se sente capaz e passa a achar que a matemática não é para ele ou entra em estado de pânico.

Essas afirmações obtidas pela vivência com adolescentes vêm ao encontro com as descrições relatadas nas pesquisas de Mora (2009), sobre as dificuldades encontradas nessa faixa etária:

> Lacunas trazidas de cursos anteriores; dificuldade ou falta de perícia no manejo de conceitos numéricos e simbólicos, poucas faculdades especulativas ou generalizadoras; nível insuficiente de abstração. (MORA, 2009, p.447).

Percebe-se que constatar dificuldades não é trabalho difícil, no entanto, saná-las é trabalho exigente e precisa de tempo para se efetivar.

Considerando esses aspectos é que se propôs este trabalho em que se buscou apresentar uma abordagem que possa somar-se a tantas outras utilizadas pelos professores de Matemática, para o conteúdo, Potências e suas Propriedades.

Este trabalho foi desenvolvido em cinco capítulos, além da introdutória, assim dispostos:

No Capítulo 2, trata-se do referencial teórico. Inicia-se com a Relação existente entre a Neurociência e a Aprendizagem; explica a neurociência, seu recente surgimento, denominações e descobertas. Descreve o funcionamento cerebral voltado à cognição e plasticidade cerebral, que é a capacidade de adaptação do sistema nervoso em desenvolvimento com o meio ambiente. Ainda descreve o sistema nervoso, o tecido nervoso e sua célula, o neurônio para o melhor entendimento das estruturas cerebrais relacionadas ao pensamento humano e a aprendizagem. Visto que essa ocorre no interior do cérebro, mais especificamente nas células por meio das sinapses, elemento de junção entre os neurônios que permite a comunicação e a transmissão da informação.

Na sequência, o trabalho esclarece-se a importância do cálculo básico, o quanto esse pode desenvolver o córtex pré-frontal e o aumento de conexões neuronais. E ligada a essa formação da estrutura de raciocínio estão as memórias de curto, médio e longo prazo e o seu funcionamento. Mostra como conduzir os alunos à repetição mental não mecânica e vazia de sentido, mas a uma ação mental elaborada que lhe oportunizem entrar em contato com conteúdos prévios e o novo conhecimento. Apresenta as Neurociências e as Estruturas Cognitivas de Jean Piaget e o Desenvolvimento Mental e As Operações Racionais, segundo Jean Piaget.

No Capítulo 3**,** faz-se a descrição da pesquisa, seus procedimentos metodológicos, sua classificação e apresentação.

No capítulo 4, apresentam-se os resultados e discussões sobre a aplicação do assunto “Potências e suas Propriedades”.

No capítulo 5, a revista “Matemática Bacaninha” e estabelece-se ligação entre a neurociência e a aprendizagem. Na descrição do Produto serão abordados pareceres de alunos e aspectos pertinentes da neurociência.

No capítulo 6, têm-se as considerações finais.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 A RELAÇÃO EXISTENTE ENTRE A NEUROCIÊNCIA E A APRENDIZAGEM

> “A riqueza e a complexidade do pensamento humano são grandes e constituem um desafio para os cientistas”. (FIORI, 2008, p.20)

As neurociências estudam o funcionamento do cérebro, dos neurônios (células do cérebro) e do sistema nervoso. Recebem denominações de acordo com o patamar de análise que o estudo se situa. Atribui-se a denominação de neurobiologia molecular ou neurociências moleculares para o estágio mais elementar do funcionamento do cérebro que é o das moléculas, onde acontece a comunicação entre os neurônios.

O próximo estágio de estudo é o da célula cerebral, neurônios e células gliais, sendo nominada de neurobiologia ou neurociências celulares. O estágio seguinte situa-se no campo da integração, ou seja, dos neurônios organizados em redes complexas que formam os sistemas integrados como, por exemplo, o sistema visual. Nesse caso, utiliza-se o termo neurociências integradas.

O termo neurociências cognitivas, para Fiori (2008), refere-se ao estudo dos mecanismos dos sistemas neuronais mais complexos, que são associados às funções mentais superiores tais como: linguagem, memória, atenção, consciência, representações mentais. (FIORI 2008, p.21).

De maneira simples, Tabacow (2006) explica a neurociência cognitiva assim:

> Uma boa conceituação desse campo de investigação é apresentada pela professora de fisioterapia Laurie Lundy – Ekman (2004) que ressalta os estudos e pesquisas nos campos de pensamento, aprendizagem e memória. (TABACOW, 2006, p. 66)

Essa nominação é recente; seu surgimento se deu nos anos 80, a partir do encontro entre a neuropsicologia e a psicologia cognitiva. Embora, segundo Andrade, Santos e Bueno (2004, p. 6), algumas correntes prefiram o termo neurociências, outras neurobiologia ou neurofisiologia.

O estudo do cérebro tomou grande impulso no final do século XX, para Haykin (2008, p. 32), a partir do trabalho pioneiro de Ramóm y Cajal (1911), esse estudo tornou-se mais fácil, quando introduziram a ideia dos neurônios como constituintes estruturantes do cérebro.

Paralelamente às inúmeras pesquisas realizadas nos últimos vinte anos, ocorreu o desenvolvimento de métodos de imageria (imagem) cerebral. Em Andrade e Santos (2004, p. 9), as neuroimagens advindas dos exames de Tomografia por Emissão de Pósitrons (Pet *scan*) e da Imagem por Ressonância Magnética funcional (IRMf) permitiram desfazer ideias pré - concebidas a respeito do funcionamento do cérebro. Essas técnicas possuem magnitude de resolução espacial suficientemente alta para a visualização da ação de massa relacionada à função cerebral.

No entanto, segundo Andrade e Santos (2004, p.9, apud CLARK et al, 2001*)* essas imagens de PET *scan e MRIf* oferecem informação limitada quanto à dinâmica da atividade cortical. Sendo assim, alguns estudos complementam os dados de neuroimagem funcional com outras técnicas, por exemplo, Potencial Evocado e Eletrofisiologia Cognitiva.

Para o conhecimento do funcionamento cerebral voltado à cognição, Fiori (2008, p. 14), também afirma que a neurociência cognitiva apóia-se em dados emprestados de vários métodos, como o dos ensaios *in vitro*[5]*,* praticados em neurobiologia celular ou molecular, de imageria cerebral praticado pelas neurociências cognitivas (exames PET *scan* e *MRIF*). Entre esses dois métodos que considerou “dois extremos” encontra-se a neurofisiologia, que faz o levantamento da atividade elétrica de alguns neurônios, por meio de microeletrodos implantados em cérebros de animais ou no do homem para fins terapêuticos. Há também a autópsia *post mortem* dos neuroanatomistas.

As inúmeras pesquisas e descobertas sobre o funcionamento do cérebro têm sido importantes para a medicina na cura de lesões (plasticidade cerebral), nos estudos de transtornos do comportamento, das habilidades e tantas outras manifestações próprias dos seres humanos.

Esse termo plasticidade cerebral é explicado por Haykin (2008, p. 28), de forma simples: “Um neurônio em ‘desenvolvimento’ é sinônimo de um cérebro plástico. A plasticidade permite que o sistema nervoso em desenvolvimento se adapte ao meio ambiente”.

---

[5] A experiência *in vitro* consiste em realizar experimentos sobre um elemento retirado do animal.

As descobertas e contribuições da neurociência cognitiva podem proporcionar na aprendizagem matemática uma verdadeira revolução. Oportunizar também mudanças nos rumos da educação, alicerçando melhor o trabalho docente que é constantemente sacudido por teorias pedagógicas, caindo em modismos que mais tarde se desfazem, mesmo que seguidas com o intuito de se produzir melhores resultados com os alunos.

A escola diante das interpretações equivocadas das teorias pedagógicas em especial do construtivismo passou a ver a fixação e a memorização de conteúdos como práticas ultrapassadas e desconectadas da realidade, o que será amplamente abordado no capítulo 4, deste trabalho. Buscou-se em Chiiarottino (2002), uma das maiores autoridades sobre Piaget no Brasil e no mundo, o ponto central da teoria de Piaget: "estava preocupado com os sistemas lógicos que refletem o funcionamento cerebral e não com as significações não lógicas da vida de todo dia". (CHIAROTINO, 2002, p. 33).

Cabe destacar, que para Piaget, os sistemas de significação lógicos são os universais do conhecimento científico e os de significação não lógica, seria aqueles construídos no universo psicossocial de cada indivíduo, cultura, classe social, enfim o contingente.

Para este trabalho, é relevante destacar que Piaget se preocupou com o funcionamento cerebral, das estruturas mentais. Existe, portanto, uma estreita relação entre a teoria Psico-Genética de Piaget e a neurociência. Piaget se preocupava com as estruturas mentais relacionadas à aprendizagem, e, essas muito se aproximam das descobertas neurocientíficas.

Como retrata Noronha (2008), ao referir-se sobre a educação em seu artigo: Contribuição Da Neurociência para a Formação de Professores.

> Contudo, a educação é o feixe central da interdisciplinaridade que engloba aspectos antropológicos, filosóficos, biológicos e psicológicos da espécie humana. Transpondo essa colocação para o foco desta pesquisa, pode-se dizer que o cérebro desempenha o papel deste feixe na formação do intelecto humano, através de conexões neurais que são a polarização dos opostos em busca de caminhos para o aprendizado. (NORONHA, 2008, p.2).

Guiar os rumos da educação e da aprendizagem sem utilizar-se do cabedal de recursos das diversas ciências seria contraditório à modernidade. Ilustra-se essa afirmação com o parecer de Fernando Becker (1999, p.20), quando expõem movimento de polarização “espontâneo”, que tende a valorizar ou o professor ou o aluno ou a relação entre professor e aluno, tece considerações sobre as relações pedagógicas formadas na prática da sala de aula, afirmando que são consequências e não causas do processo escolar. Segundo ele, esse fenômeno da polarização denuncia determinadas concepções pedagógicas, que fazem avançar, retardar ou até impedir a construção do conhecimento.

Concorda-se com Becker (1999), de que não existe concepção pedagógica completa capaz de esclarecer a escola e seus problemas, e que possa explicar fenômenos como inteligência e construção do conhecimento por completo.

Entretanto, a neurociência se estabelece como “ciência “ampla e capaz de prestar grandes contribuições para o entrelaçamento das ciências, expressas pelas palavras de Afonso Carlos Neves, Coordenador do Núcleo de Estudos do Conhecimento – NECON e médico neurologista da Disciplina de Neurologia da UNIFESP[6].

> No extenso campo das Neurociências, uma abordagem do conhecimento não pode mais unicamente se dar apenas no entendimento de como o Sistema Nervoso processa informações, ou como integra associações entre diferentes áreas e centros. A complexidade de resultados de pesquisas e observações ocorre concomitantemente a transformações culturais e sociais entendidas pelas ciências humanas, de modo que a ciência não caminha isolada, mas vinculada a suas circunstâncias históricas, políticas e psicológicas. Desse modo, um estudo abrangente do conhecimento pode compreender as interfaces entre as Neurociências e as outras áreas de estudo que também se prestam a avaliar esse fenômeno típico do ser humano. (NÚCLEO DE ESTUDOS DO CONHECIMENTO, 2005, p.1)

Essa concepção de que a ciência não caminha isolada, há tempo faz parte do pensamento pragmático da escola, haja vista o conceito de interdisciplinaridade, amplamente discutido e implementado na última década. Assim como, a escola se mobilizou para entrelaçar os conhecimentos entre as áreas do saber, deve abrir-se e buscar, também, essa relação com ramos da ciência para nortear as teorias que regem sua prática.

---

[6] UNIFESP - Universidade Federal de São Paulo.

Considera-se importante para a formação do professor, passar os conhecimentos neurocientíficos, principalmente aos que se referem à cognição, portanto, a neurociência cognitiva. De forma especial, àqueles que terão em suas mãos a base da educação, o ensino fundamental, pois estariam conhecendo melhor o funcionamento do cérebro de seus futuros alunos. Neurologicamente acredita-se, hoje, que no ato de aprender ocorrem mudanças físicas e químicas nas estruturas cerebrais, como relata Gomez e Terán (2009)

> Quando o cérebro aprende por meio de experiências ocorrem mudanças em sua estrutura; isto ocorre, por exemplo, quando são acrescidas ou eliminadas conexões entre as células, quando muda a quantidade de substâncias químicas utilizadas para enviar mensagens ou quando uma área se torna mais ativa. As mudanças são resultado da maturação e da experiência. (GOMEZ; TERÁN (2009, p.42).

E, para que haja essa mudança, é necessário o trabalho de introspecção feito pelo aluno ao realizar experiências de aprendizagem – entende-se aqui não apenas manuseio de objetos – mas, raciocínios gradativos vividos pelo aluno. Esses raciocínios vão surgindo na medida em que o aluno realiza a manipulação de objetos de um conjunto, compreende a quantidade que eles representam, conhecem a simbologia matemática relacionadas a essas quantidades e, assim, gradativamente, do concreto para o abstrato. Dessa forma, são conduzidos suavemente para as quatro operações básicas e a situações que envolvam problemas e análise das respostas obtidas.

No entanto, não basta trabalhar uma ou duas situações de aprendizado sobre determinado assunto, é necessário que para a passagem da memória de curta duração para a memória de longa duração que repetições aconteçam (fixação para memorização). Esse assunto será amplamente abordado no item memória. Os processos de mudança e de maturação percebidos através das atitudes dos alunos se fossem submetidos a análises de seus cérebros, seriam evidenciados o aumento das conexões neuronais e com elas as mudanças químicas e físicas.

O processo de aprendizagem segundo Gomez e Terán (2009, p. 31), já não é mais uma ação passiva de recepção, nem o ensinamento apenas uma transmissão de informação. Hoje se fala de aprendizagem interativa e dimensionalidade do saber.

A importância da aprendizagem no desenvolvimento cognitivo do aluno para Best e Taylor's (1976): "A aprendizagem, é definida como uma modificação mais ou menos permanente que ocorre como resultado de prática, experiência, ou observação". (BEST; TAYLOR'S, 1976, p. 1044).

Sendo assim, a escola exerce junto do ambiente familiar papel fundamental no desenvolvimento do cérebro humano. E, ambas, devem incentivar raciocínios e proporcionar situações para que a aprendizagem aconteça. As tarefas propostas pela escola, nada mais são que incentivos dados a essa continuidade, desde que em quantidades moderadas e que funcionem de forma a relembrar o processo visto em sala de aula.

A denominação dada por Gomez e Terán (2009), para esse fenômeno é *janelas de oportunidades*, afirmando que são períodos importantes nos quais o cérebro responde aos estímulos para criar e consolidar conexões nervosas, esses períodos sensíveis ao desenvolvimento são proporcionados pela estimulação ambiental. "Isto leva o cérebro a estar continuamente se reorganizando". (GOMEZ; TERÁN, 2009, p.42).

O entendimento do papel exercido por essa reorganização poderá levar a mudança na visão que se tem do trabalho de consolidação, que conhecemos no meio educacional como fixação. Esta fixação-consolidação vai além do não deixar esquecer ou do trabalhar novamente. É um veículo potente capaz de levar à expansão da capacidade intelectual do aluno, que será descrita na continuidade desse capítulo no item: Mudanças do Cérebro a partir da Aprendizagem.

2.2 O SISTEMA NERVOSO

> A riqueza e a complexidade do pensamento humano são grandes e constituem um desafio para os cientistas. Entretanto é possível que a descoberta do conjunto dos mecanismos do pensamento humano ainda leve certo tempo para se completar. (FIORI, 2008, p.20).

Neste capítulo, apresenta-se o sistema nervoso e suas subdivisões para ilustrar as estruturas relacionadas ao pensamento humano e à aprendizagem. E, para facilitar a interpretação do capítulo seguinte, o qual apresenta exames realizados com o cérebro humano em funcionamento, no instante em que se pratica matemática. Nesses exames se evidenciam as mudanças estruturais que essa aprendizagem ocasiona.

Segundo Gomez e Terán (2009, p. 33), “Ao aprender o cérebro humano entra em atividade e ocorre uma série de mudanças físicas e químicas”. Então, não basta estudar a anatomia, mas a fisiologia, a química e a biologia do sistema nervoso enfocando o interesse na atividade cerebral relacionadas ao comportamento e à aprendizagem.

Para melhor entendimento, o estudo do sistema nervoso foi organizado sob dois aspectos, segundo Fiori (2008, p.21): “microscópico” e o “macroscópico”. O primeiro estuda a célula levando ao tecido nervoso, o segundo leva às grandes divisões do sistema nervoso relacionadas ao seu funcionamento.

O sistema nervoso foi classificado em duas partes, “o sistema nervoso central” compreendido por: córtex cerebral, hemisférios, corpo caloso, ventrículos e caixa óssea. E o “sistema nervoso periférico” subdividido em autônomo e somático. O sistema nervoso periférico autônomo pode ser compreendido em simpático e parassimpático.

A figura 1 apresenta o sistema nervoso e sua classificação:

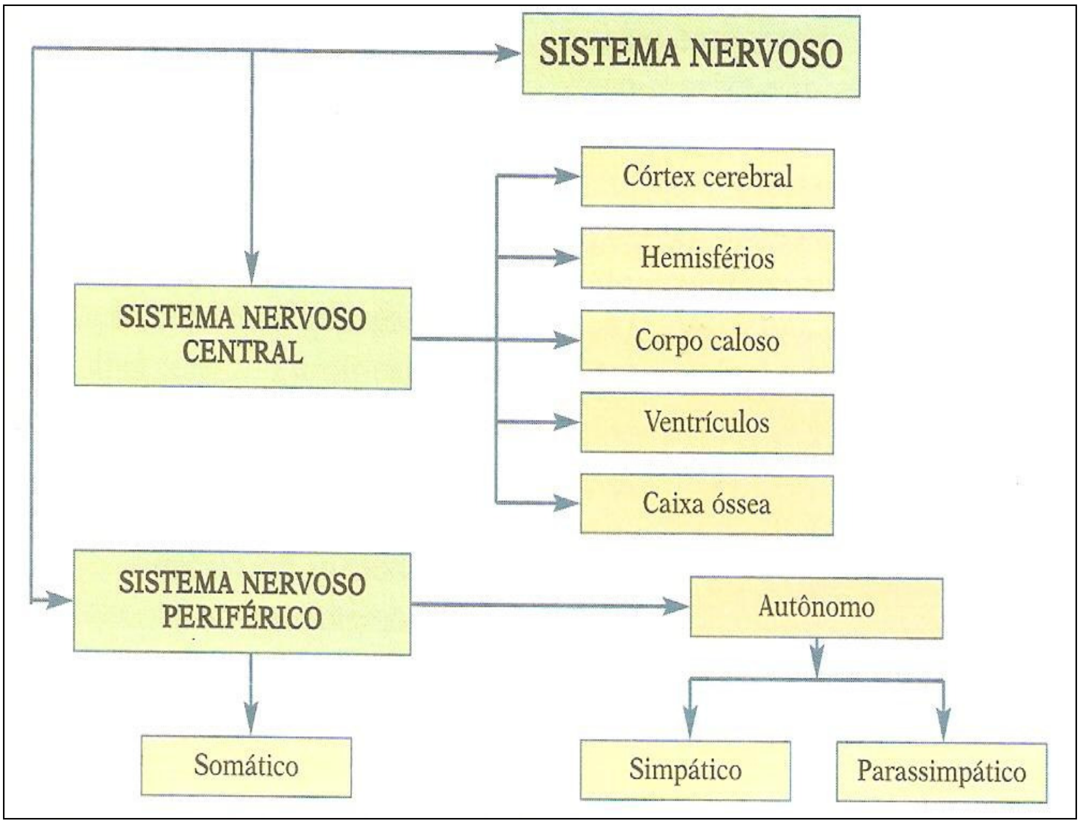


Figura 1 – Sistema nervosa
Fonte: Gomez e Terán (2009, p. 33).

Outra forma de ver o sistema nervoso é sob o aspecto do sinal portador de informação apresentado por Haykin (2008, apud Arbib, 1987 p.32). Esse sistema foi subdividido em três estágios apresentados no diagrama de blocos logo abaixo. O centro do sistema nervoso é o cérebro, representado pela rede neural (nervosa) que recebe continuamente informações e, depois de percebê-las toma a decisão apropriada.

A figura 2 apresenta o diagrama de blocos para melhor visualização.

Figura 2 – Representação em diagrama em blocos do sistema nervosa
Fonte: Haykin (2008, p. 32).

O sentido das setas mostradas na figura 2, têm significado especial: a que aponta da esquerda para a direita indica a transmissão para frente do sinal portador de informação, por meio do sistema.

As setas de sentido contrário, da direita para a esquerda, significam a presença de realimentação no sistema. Os receptores fazem a conversão dos estímulos captados pelo corpo humano ou pelo ambiente externo em impulsos elétricos que, transmitem essa informação à rede neural (cérebro). Ainda conta com os atuadores responsáveis pela conversão desses impulsos elétricos em respostas, como saídas do sistema.

Essa abordagem do sistema nervoso a partir do sinal portador da informação, também situa o cérebro (rede neural), como principal decodificador da informação. Nesse contexto, entende-se que a aprendizagem acontece no interior do cérebro, mais especificamente em suas células, passando ao tecido nervoso.

2.2.1 Organização Microscópica: A Célula e o Tecido Nervoso

Para aprimorar o entendimento dos meandros da razão humana a expressão de Damásio (1996, p.13), faz-se pertinente: "... a razão humana depende não de um único centro cerebral, mas de vários sistemas cerebrais que funcionam de forma concertada ao longo de muitos níveis de organização neuronal".

Quando Damásio se refere à organização neuronal, destaca a importância da célula cerebral, o neurônio. Essa ideia é pertinente às afirmações de Fiori (2008, p.23) de que o papel fundamental da aprendizagem acontece na organização microscópica do tecido nervoso mais necessariamente em suas células, conhecidas como neurônios.

O primeiro pesquisador a mostrar que o tecido nervoso cerebral se organiza em unidades funcionais, livres e separadas, foi Santiago Ramón y Cajal (prêmio Nobel em 1906), histologista espanhol e contemporâneo de S.Freud. Ao mesmo tempo, nas suas observações, notou que havia espaços entre os neurônios fazendo-o pensar numa comunicação química entre essas células (FIORI, 2008, p. 21).

O tecido nervoso é formado por células nervosas "neurônios", e células gliais (da glia). Os neurônios são estimados em mais ou menos 100 bilhões, constituem o substrato de base na transmissão da informação nervosa. São as células essenciais na atividade cerebral. As "gliais" ou as células da neuroglia são as células de sustentação, nutrição, defesa e reparação nas estruturas nervosas (ANDRADE;

SANTOS; BUENO, 2004; FIORI, 2008), mais numerosas ainda, necessárias a transmissão da informação, mesmo não as fazendo diretamente.

Os neurônios apresentam formas e tamanhos variados, um corpo celular chamado pericário, e são dotados de dois tipos de prolongamentos, os axônios e os dendritos. Os dendritos são prolongamentos múltiplos e geralmente ramificados, junto ao corpo celular; é a porção do neurônio que recebe a informação de outras células nervosas. O axônio é um prolongamento único, só é ramificado na porção terminal e tem a função de conduzir os impulsos nervosos e repassá-los a outras células. Na grande maioria, os axônios são revestidos pela bainha de mielina, conferindo-lhes a capacidade de conduzir impulsos nervosos e repassá-los a outras células em maior velocidade que as fibras amielínicas. As regiões do sistema nervoso central que acumulam os corpos de neurônios são chamadas de substância cinzenta, e as que apresentam as fibras nervosas – axônios – são chamadas de substâncias brancas. (ANDRADE et al, 2004; DAMÁSIO, 1996; FIORI, 2008).

Os impulsos nervosos, de natureza elétrica são gerados e conduzidos pelos neurônios e dependem das trocas iônicas que acontecem ao longo da membrana plasmática. Portanto, os neurônios são células excitáveis e responsáveis pela veiculação da informação entre a periferia e as demais regiões do sistema nervoso central. São consideradas células de base**,** pois permitem retirar a informação do ambiente, de agir sobre ele. Também lhe são atribuídas as capacidades de: pensar, memorizar, antecipar e programar uma ação entre outras (i*bidem*).

Esses fenômenos são possíveis por meio das sinapses. O termo sinapse indica o elemento de junção entre os neurônios permitindo a transmissão da informação e a comunicação entre eles. Sendo assim, os neurônios são ao mesmo tempo células excitáveis e excretoras, os que têm a mesma forma e as mesmas propriedades funcionais e se encontram em grandes quantidades numa mesma região. A morfologia dos neurônios permite a identificação e a distinção das diferentes regiões do sistema nervoso. (FIORI, 2008, p.22).

A figura 3 apresenta a visão esquemática de um neurônio e as terminações sinápticas:

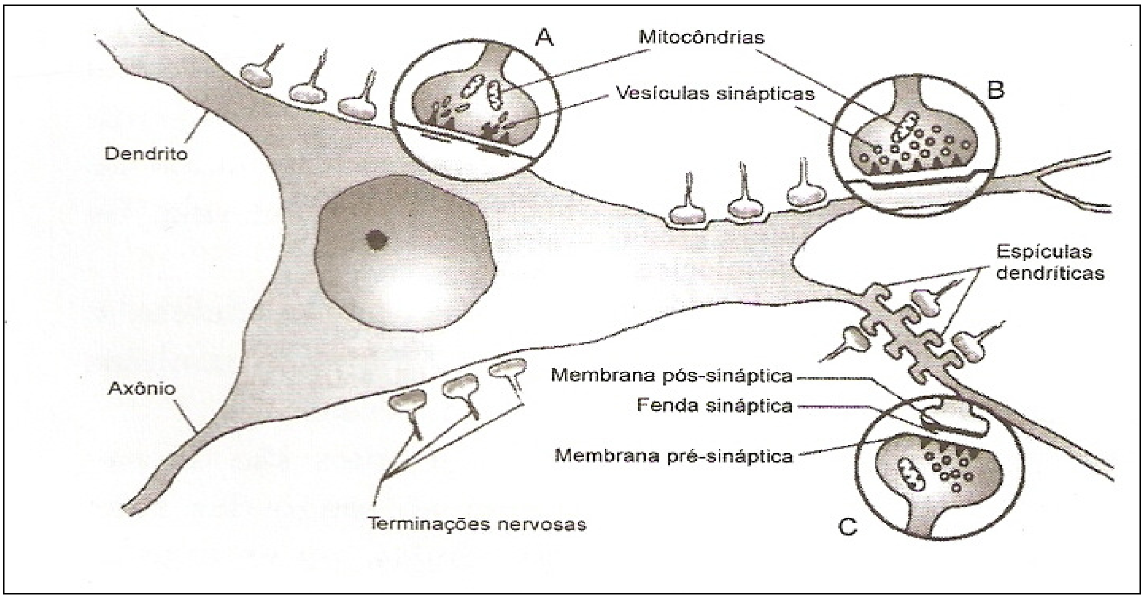


Figura 3 – Visão esquemática de neurônio recebendo variadas terminações sinápticas (A, B, C). A: sinapse inibitória; B e C: sinapses excitatórias
Fonte: Andrade et al, 2004, p. 38 (apud COSENZA, 1998).

Na figura 3, Cosenza (1998) explica que os neurônios quando se comunicam com outras células, passam a informação através da liberação de substâncias químicas – neurotransmissores – em estruturas especiais, as sinapses.

2.2.2 Sistema Nervoso Central

As partes que compõem o sistema nervoso central são: cérebro, cerebelo e a medula espinhal. O cérebro está localizado no final da coluna vertebral, formado por matéria branca constituída de axônios (no centro do cérebro) e, por matéria cinzenta constituídas por corpos neurais (no córtex e nos gânglios da base do cérebro). A camada que recobre o cérebro é o córtex cerebral, formando pregas e originando os diferentes lobos, separados por fissuras profundas.

Os hemisférios direito e esquerdo são duas regiões importantes, unidas por uma estrutura denominada de corpo caloso. Cada hemisfério apresenta-se subdividido em quatro regiões chamadas lobos: frontal, parietal, temporal e occipital. No seu interior existem os ventrículos, que são cavidades cheias e rodeadas de líquido cefalorraquidiano. Estas cavidades também são classificadas em quatro partes: ventrículo esquerdo, ventrículo direito, terceiro ventrículo e quarto ventrículo.

O cérebro também possui fissuras longitudinais e laterais que ajudam a delimitar os lobos. Para sua proteção encontram-se a parte óssea, formando a barreira física e a parte líquida servindo como amortecedor. Assim como, a caixa craniana protege o cérebro, as meninges, que são membranas coladas ao córtex e à medula espinhal, recobrem o cérebro e o cerebelo, protegendo-os de vírus e agentes causadores de danos.

A figura 4 apresenta a visão superior e inferior do cérebro.

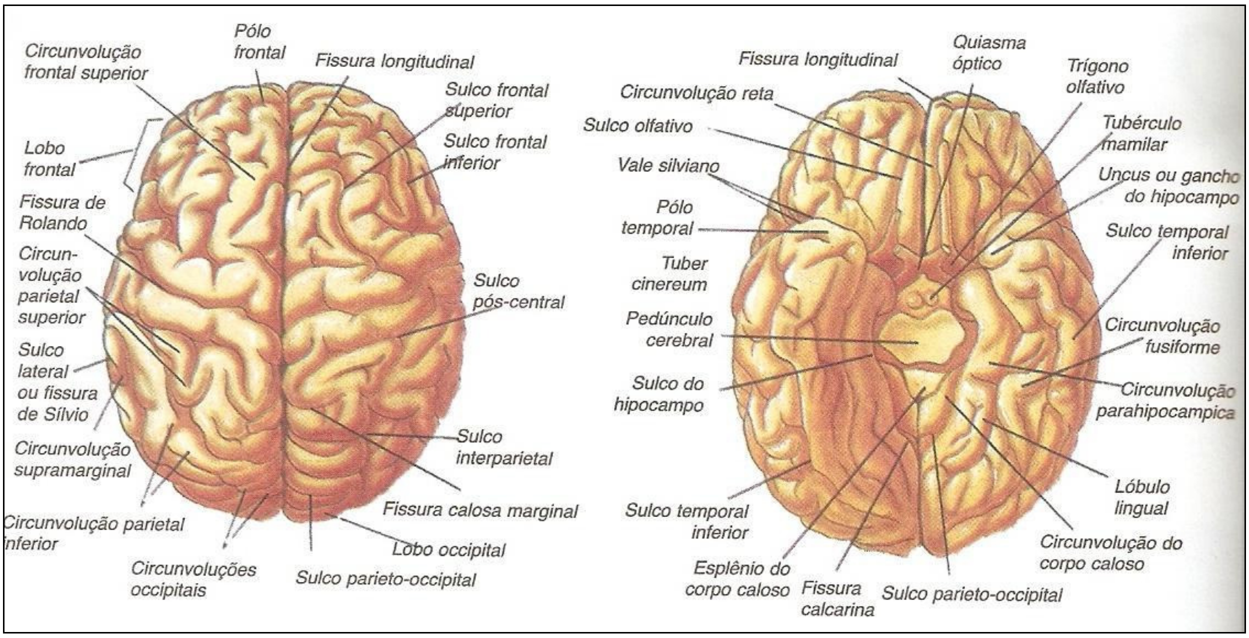


Figura 4 – Visão superior e inferior do cérebro
Fonte: Gomez e Terán (2009, p.34).

No interior do cérebro estão localizadas o Bulbo Raquidiano e o Sistema Límbico. O bulbo raquidiano controla as funções corporais críticas como os batimentos cardíacos, respiração, temperatura, homeostase (capacidade do corpo para manter o equilíbrio estável a despeito das alterações exteriores) e a digestão. O sistema límbico (sentido da palavra límbico: periferia) está localizado sobre o bulbo raquidiano, suas estruturas estão duplicadas nos dois hemisférios do cérebro. Está associado ao circuito da emoção. Controla diversas funções entre as quais: a alimentação, a geração de emoções, a reprodução entre outras.

Quatro estruturas são importantes para a *aprendizagem* e para a *memória*: o tálamo, o hipotálamo, o hipocampo e a amígdala. O tálamo é considerado o principal receptor de toda informação sensorial exceto a do olfato. O hipotálamo é uma glândula que faz parte do diencéfalo, localizado abaixo do tálamo. É o centro integrador do sistema nervoso vegetativo ou autônomo, dentro do sistema nervoso central. Realiza as funções de integração somato-vegetativa e a homeostase do organismo. Desempenha também papel importante em algumas funções psíquicas e psicomotoras. Transtornos funcionais dos centros hipotalâmicos podem ocasionar depressão ou hiperexcitabilidade.

O hipocampo está situado próximo da base da área límbica. É fundamental para a aprendizagem, pois transforma a informação a partir da memória e através de sinais elétricos a envia às regiões de armazenamento de longo prazo; que pode levar dias ou meses. Revisa constantemente a informação relacionada com a memória de curto prazo, comparando com as lembranças das experiências armazenadas. Esse processo é considerado relevante para a formulação do sentido da informação.

A amígdala, colada na extremidade do hipocampo, desempenha um papel muito importante nas emoções, especialmente no medo. Há estudos, embora não comprovados de que a amígdala armazena o componente emocional das lembranças.

O cerebelo está localizado abaixo do lobo occipital estabelece a conexão entre a medula e o cérebro e sua função é manter o equilíbrio do corpo, a coordenação dos movimentos. Uma nova evidência atribui uma função importante ao cerebelo no processamento cognitivo, coordenando pensamentos, emoções, sentidos e memória.

A medula espinhal é composta por células nervosas, encontra-se protegida pela coluna vertebral, formada por anéis ósseos que giram uns sobre os outros permitindo certa mobilidade. Dependendo de sua localização apresenta as denominações: cervical, torácica, lombar e sacral. Transmite mensagens do cérebro para o corpo e do corpo para o cérebro. (FIORI, 2008, p.33; GOMEZ; TERÁN (2009, p. 34).

2.2.3 Sistema Nervoso Periférico

Esse sistema é composto por axônios longos e dendritos; abrange todas as partes do sistema nervoso exceto o cérebro e a medula espinhal. Está dividido em: somático e autônomo. O primeiro está encarregado de controlar todos os movimentos voluntários, enquanto o segundo é responsável pelas partes do corpo que mantém a vida: o coração, os vasos sanguíneos, os pulmões e outros órgãos de funcionamento involuntário.

2.3 MUDANÇAS NO CÉREBRO A PARTIR DA APRENDIZAGEM

A aprendizagem pode levar a uma maior conexão entre os neurônios, o breve histórico aqui apresentado da formação neuronal no ser humano, justifica a importância do meio na transformação cerebral.

Em Gomez e Terán (2009, p.40), explica-se que a formação dos neurônios começa na gestação, por volta dos quatro meses já existem 200 bilhões de neurônios. A metade desses neurônios é eliminada num breve espaço de tempo, por não conseguirem estabelecer conexões com os outros neurônios. Essa eliminação está geneticamente programada para evitar a superpopulação de neurônios sem conexão. O cérebro do recém nascido estabelece milhões de conexões, de acordo com a assimilação do meio. Quanto mais estimulante ele for, maior o número de sinapses, portanto mais fácil ocorrerá a aprendizagem e mais significativa ela será.

A experiência favorece as conexões apropriadas assim como são eliminadas as que não são convenientes. As que permaneceram formam as bases sensoriais e cognitivas das fases futuras do desenvolvimento. Resumindo: a experiência desempenha um papel fundamental na formação das sinapses.

A comprovação apresentada por Gomez e Terán (2009) ilustra essa importância: quando foram realizados diversos estudos em seres humanos que possuíam anormalidades visuais como cataratas – que produzem um desvio do olho – provou-se que se o olho é privado de estimulação visual adequada, em uma idade precoce do desenvolvimento, esse perde a habilidade de transmitir a informação visual ao sistema nervoso central. Mesmo após o processo de correção, notou-se que a correção em si não resolveu o problema, pois a área do cérebro que recebia a informação não era capaz de ver. “As experiências de aprendizagem fomentam a produção de novas sinapses”. (GOMEZ; TERÁN, 2009, p.40).

Em Cardoso e Sabbatini (2007, p.2), apresenta-se a ideia recente de que o cérebro pode se modificar – particularmente em relação às células nervosas, os “neurônios” – mesmo após ter completado seu desenvolvimento. Pensava-se e aceitava-se que os neurônios não podiam se auto-reproduzir ou sofrer mudanças significativas quanto as suas estruturas de conexão com as demais. As consequências dessas crenças eram sentidas na medicina, quando as vítimas de derrames ou tumores que sofriam lesões no cérebro, eram consideradas incapazes de recuperar as funções cujas partes foram atingidas. Outra situação errônea com consequências refletidas na aprendizagem era de que a experiência e o aprendizado podem modificar a funcionalidade do cérebro, mas não sua anatomia.

No entanto, as pesquisas dos últimos dez anos revelam o contrário. As estimulações advindas de cálculos básicos com um algarismo, leituras em voz alta, jogos e experiências proporcionam o desenvolvimento do córtex pré-frontal e do crescimento de conexões neuronais. Os pioneiros da pesquisa em comportamento biológico foram o canadense Donald Hebb e o polonês Jersy Konorski que acreditavam que a memória poderia gerar mudanças estruturais nos circuitos neurais. Faltava-lhes as evidências experimentais para a comprovação que hoje são obtidas por técnicas como Tomografia por Emissão de Pósitron (PET *scan*) e Imagem por Ressonância Magnética funcional (IRMf), "...as quais possuem magnitude e resolução espacial suficientemente alta para visualizar ação de massa relacionada à função cerebral". (ANDRADE; SANTOS, 2004, p.9).

Experiências realizadas com ratos pela Dra. Marian Diamond (2007, p.1) – neurologista americana – em um ambiente enriquecido com brinquedos – percebeu-se um maior desenvolvimento do córtex cerebral tornando-se significativamente mais espesso que os criados em ambientes mais limitados, sem brinquedos e isolados. O aumento da espessura do córtex não foi devido apenas ao número de células e sim ao aumento considerado expressivo de ramificações dos dentritos e das interconexões com outras células. Consequentemente, esse crescimento das ramificações entre os dendritos levaram a acreditar que os processos de intercomunicação nas células do córtex aumentaram e que mais dendritos tornaram-se mais efetivos nas atividades dos circuitos neuronais.

Com seres humanos, as pesquisas realizadas pelo Dr. Ryuta Kawashima (2006, p.6) – neurocientista japonês da *Tohoku University* – sobre a atividade cerebral onde obteve uma visualização cerebral, através dos exames PET *scan* e MRIf, que permitiram a investigação do formato do cérebro e do volume de sangue que circula no local, quando o cérebro está em plena atividade. Nesse momento o fluxo de sangue aumenta, possibilitando perceber que partes foram ativadas.

Essas informações processadas pelo computador permitiram uma imagem tridimensional do cérebro, com a indicação de cores das partes ativadas. Como esse exame não é prejudicial ao organismo, por utilizar-se de forças magnéticas para a visualização das imagens do cérebro, pode ser realizado em crianças também.

Dr. Kawashima (2002), a partir dos resultados dos exames acima citados fez a seguinte afirmação para um grupo de orientadores do Método Kumon: “Gostaria de apresentar os fatos obtidos por meio da pesquisa a todos os educadores envolvidos com a educação básica no mundo”. (INFO-EDUCAÇÃO, 2002, p.2).

A região do córtex pré-frontal mereceu maior destaque por se encontrar mais ativa quando os seres humanos pensam ou memorizam.

Na figura 5, tem-se a visão do cérebro no lado esquerdo.

Figura 5 – Cérebro visto do lado esquerdo
Fonte: Info- Educação (2002, p.3).

Discorreu sobre a sua importância:

> O córtex pré-frontal está ativo quando pensamos ou memorizamos coisas, quando nos sentimos felizes, tristes ou zangados, quando decidimos tomar a iniciativa de fazer algo, quando nos refreamos em alguma ação em determinada situação, quando respondemos a uma situação. É como o centro de comando que emite todo tipo de ordens. (KAWASHIMA, 2002, p.3).

Como essa área “córtex pré-frontal” é a mais ativa em contraste com as demais áreas do cérebro, percebeu que essa continua a se desenvolver durante os primeiros vinte anos de vida. Dessa forma, o córtex pré-frontal de uma criança é menos desenvolvido que o de um adulto. O fato do córtex pré-frontal continuar a se desenvolver – na visão do Dr. Kawashima – muito pode ser feito para ampliar a capacidade intelectual e o desenvolvimento cerebral em crianças e jovens. Se devidamente exercitado com estimulação diária.

> Estou certo de que todos concordam comigo que exercícios físicos diários são indispensáveis para desenvolver músculos fortes. Acontece o mesmo com o desenvolvimento cerebral. O córtex pré-frontal se desenvolverá de modo saudável e sólido se ativado, estimulado e exercitado. (KAWASHIMA, 2002, p.3).

A continuidade de suas pesquisas diz respeito às atividades do cérebro quando relacionadas ao pensamento e à memorização e uma variedade de outras funções, incluindo a realização de cálculos simples, ou seja: adição, subtração e multiplicação de números com um algarismo. Para ele, as operações simples funcionam como se fossem um poderoso remédio para o aumento das sinapses.

A figura 6 apresenta a atividade cerebral enquanto se executam “cálculos simples”.

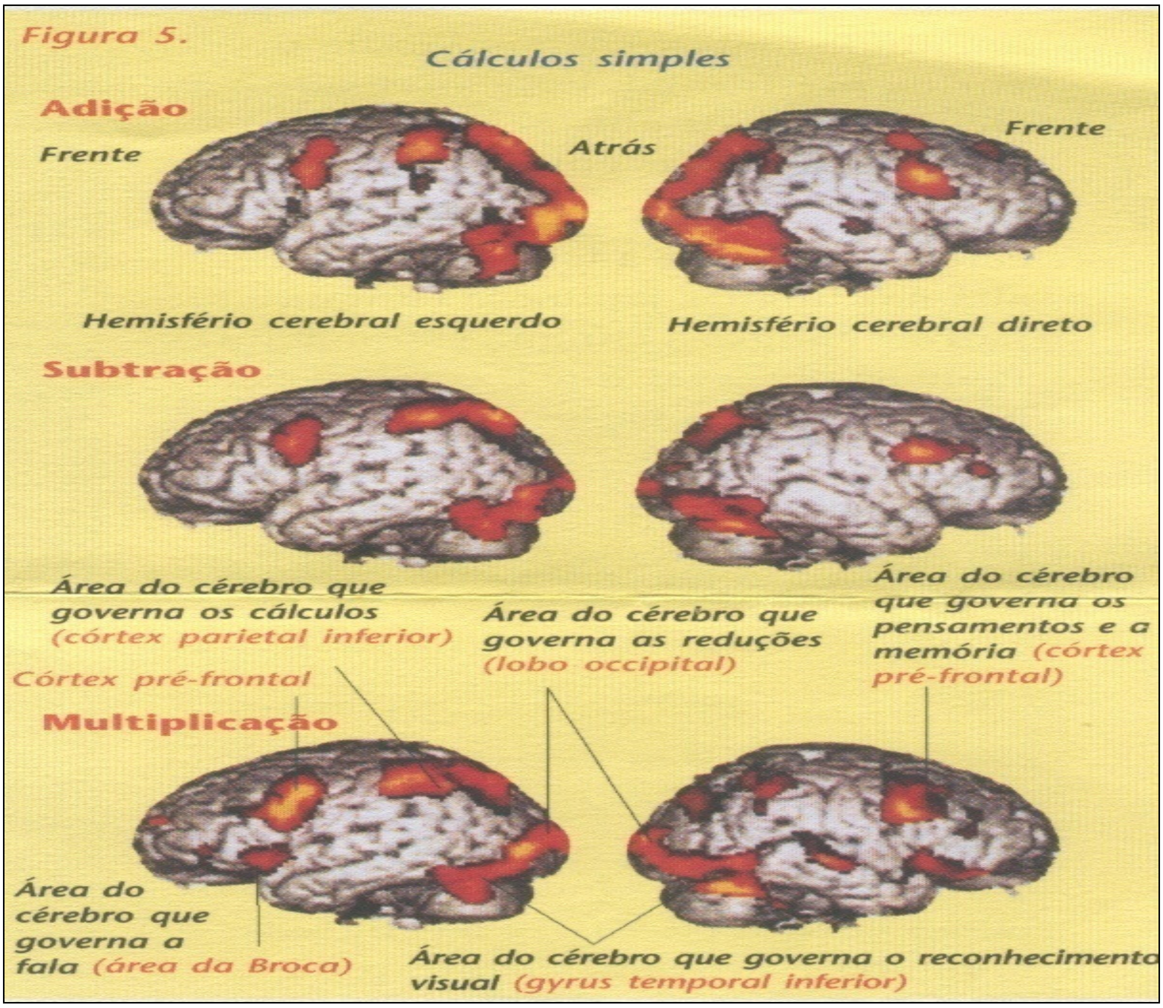


Figura 6 – Atividade cerebral ao fazer cálculos simples.
Fonte: Info- Educação (2002, p.3).

Nota-se pelas imagens que, na operação de multiplicação o cérebro além de acionar as mesmas regiões da adição e da subtração, tem um aumento do fluxo sanguíneo na área de Broca – que governa a fala – e na área do córtex pré-frontal, responsável pela memória e pelos pensamentos.

Essas evidências vêm a confirmar que para a formação do raciocínio lógico há a necessidade de conteúdos prévios e que esses são constantemente requisitados. Como acontece, por exemplo, com a operação da multiplicação, que necessita do raciocínio de adição e da memorização das tabuadas. Isso evidencia também a importância que se deve atribuir à memorização do aluno, daquilo que se considera essencial para o sucesso e para a continuidade de seus estudos na disciplina de matemática.

Os esclarecimentos prestados por Dr. Kawashima, sobre essas imagens foram:

> Até recentemente, acreditava-se que como mostra a imagem, somente o ‘córtex parietal inferior do hemisfério esquerdo do cérebro’ é ativado enquanto se fazem cálculos, mas, agora, sabemos que uma variedade de áreas do cérebro são ativadas quando uma pessoa faz cálculos simples, incluindo-se o córtex pré-frontal de ambos os hemisférios cerebrais. (INFO-EDUCAÇÃO, 2002, p. 3).

Os conteúdos básicos “estruturantes”, para a matemática como as operações de adição multiplicação e divisão podem trazer o desenvolvimento de novas sinapses e ampliar a capacidade da criança na aprendizagem matemática. A finalização de sua palestra em comemoração aos 50 anos de filiação do Japão na UNESCO em Kyoto, e, quando questionado sobre a prática diária de matemática teve o seguinte parecer:

> Assim se as crianças continuarem aprendendo mesmo que um pouco do básico todos os dias, fazendo cálculos mentais ou lendo em voz alta ainda que murmurando, elas ativarão seus cérebros em desenvolvimento, que irão, em contrapartida, crescer saudavelmente. Aprender o básico é como ‘alimentar a cabeça’ – fornece os nutrientes essenciais para o cérebro. (INFO-EDUCAÇÃO, 2002, p.3).

Então, se aprender o básico é como “alimentar a cabeça” ao fazer as tarefas diariamente, a criança além de estar aprendendo, estará expandindo sua capacidade intelectual.

Em artigo recente Bravo (2010) apresenta um relato próximo e complementar das afirmações acima citadas por Dr. Kawashima:

> A topografia do cérebro da aritmética, embora ainda incompleta, podemos dizer, por exemplo, que o senso numérico associados ao lobo parietal inferior, à resolução de qualquer tarefa aritmética, porém simples, não envolve a ativação de uma única área do cérebro, mas o envolvimento de diversas áreas que fazem parte de circuitos diferentes, constituem o substrato neural diferentes processos cognitivos elementares que compõem essa tarefa. (REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACION, n.º51/3, 2010).

Para as neurociências as tarefas de ativação mental são acompanhadas por mudanças no metabolismo cerebral. As tarefas e os exercícios, questionados e condenados pelas teorias pedagógicas, vistos como alienantes são muito mais do que parecem, são relevantes para o desenvolvimento do cérebro. As afirmações de

Cardoso e Sabbatini (2007), expressas abaixo, confirmam os pareceres anteriores, acima citados, de Dr. Kawashima.

> A consequência prática do conhecimento de que as células nervosas crescem e se modificam em resposta às experiências e aprendizagem enriquecedora é extraordinária: A educação de crianças em um ambiente enriquecedor desde a mais tenra idade pode ter impacto sobre as capacidades cognitivas e de memória futuras. (CARDOSO; SABBATINI, 2007, p.3).

No entanto, faz-se necessário que essas descobertas neurocientíficas cheguem a todos os lugares onde se discute e se trabalha a educação. A fixação e memorização de conteúdos representam pontos fortes de discordâncias entre os docentes. Atribuem a essa prática o cunho de mecanicista e alienante. Isso se faz perceber nas palavras de Ademir Damazio ao referir-se em seu artigo: A prática docente do professor de matemática: Marcas e Concepções do Livro Didático.

> O tangenciamento dos fundamentos da Matemática Moderna passaram a ser uma regularidade e se torna um critério na escolha do livro didático. Isso significa dizer que a matriz formalista clássica, acompanhada da pedagogia da memorização mecânica dos conteúdos, continua sendo padrão de excelência. Não há, por parte dos professores, a percepção das conseqüências geralmente traduzidas em: analfabetismo matemático, ansiedade e bloqueios para a matemática, exclusão social, entre outras. (REVEMAT, v1.2, p.14-25, UFSC: 2006).

Questiona-se esse parecer quanto ao analfabetismo matemático, à ansiedade e aos bloqueios e suas consequências sociais. Ao contrário, a observação que se tem pela prática da sala de aula, ao se deparar com um aluno que entra nesse estado, é porque não domina raciocínios elementares. Faltam-lhe conhecimentos anteriores pela “ausência de estudo” e, ao se deparar com a cobrança de raciocínios no caso em avaliações, que ele mesmo percebe “fácil”, mas que não consegue resolver porque não se empenhou suficientemente, então não se sente capaz e passa a achar que a matemática não é para ele.

O trabalho de assimilação é difícil e exigente. Houve um conjunto de ideias que permearam as duas últimas décadas da educação brasileira, advindas de equívocos de interpretação da psicologia e das pedagogias que trouxeram a mentalidade de um ser humano frágil, de que cobrar procedimentos e exigir trabalho intelectual, mais precisamente de fazer exercícios em aula ou em casa é incompatível com o homem da era pós-moderna.

Mas os estudos referentes aos meandros da mente humana estabelecem o contrário. O cérebro precisa de exercícios para trabalhar com vigor, e mais, expandir sua capacidade. Então, cabe afirmar e enfatizar que matemática só se aprende praticando. Percebeu-se com a prática que o aluno precisa ser incentivado assim como, entender o porquê o professor oferece exercícios para ele fazer. Quando isso acontece, ele passa a ter gosto por estudar e até relata: *Nossa! Já acabou a aula? Que pena, eu estava gostando de fazer estes exercícios!*

Portanto, o trabalho do professor deve enfatizar práticas que levem o aluno a formar a integração daquilo que ele sabe com o que está aprendendo. Formando a memória matemática. Para tal, faz-se necessário o estudo da memória, visto a seguir.

2.4 MEMÓRIA

A importância da memória para o estudo da disciplina de matemática é fundamental. Pois, como ensiná-la sem conteúdos prévios? Portanto, seu estudo merece destaque neste trabalho pela relação estreita que existe entre a memorização e a formação matemática dos alunos. Essa capacidade dos seres humanos gera controvérsias sobre sua aplicação na educação, mas, existe um consenso quanto ao seu caráter imprescindível, como afirma Mora (2008, p.457), “Como método educativo, a memorização tem sido altamente criticada. Contudo, é preciso considerar que existem muitas coisas que nós, seres humanos, temos que fazer por meio da memorização”.

Ao defender-se a memória sua importância e aplicação, não significa entrar em concordância com fazer matemática por fazer. Ou seja, repetir sem sentido ou ser contrária a situações-problemas, que sejam próximas da realidade do aluno, podem enriquecer o trabalho do professor. Na matemática não se pode excluir reflexões, análises, justificações ou deduções. Ao contrário, compreendendo o funcionamento da memória percebe-se a necessidade de “sete” situações matemáticas com o mesmo enfoque para se conduzir à memorização de longo prazo. Essa prática fundamenta o trabalho de instrumentalizar, gerar conteúdos de base nas estruturas cognitivas dos alunos, para que esses tenham avanços significativos em situações matemáticas futuras.

Para Bertolozzi (2004, p.14), nas discussões em Educação a memória recebe um tratamento negativo, no sentido de aprender de cor, como se não exigisse nenhum outro tipo de processo mental, apenas a repetição mecânica das informações. Acontece com a memorização o mesmo que se relatou nesse trabalho com relação à fixação. Uma interpretação equivocada. Novamente no meio docente e em debates sobre a educação os procedimentos matemáticos de memorização, são considerados mecânicos e tecnicistas.

A afirmação seguinte mostra a severidade como é vista a prática de exercícios:

> A finalidade do ensino da Matemática na tendência tecnicista, portanto, seria a de desenvolver habilidades e atitudes computacionais e manipulativas, capacitando o aluno para a resolução de exercícios ou de problemas padrão. (ZETETIKÉ/ Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Círculo de Estudo, Memória e Pesquisa em Educação Matemática. n.4 novembro de 1995, p.17. Campinas, SP: UNICAMP – FE – CEMPEM, 1998).

Discorda-se desse parecer, por se dar a impressão que o aluno não reflete ou pensa para fazer um problema matemático, seja de que tipo for. Essa visão mecânica do processo de memorização dificultou a prática da matemática, trouxe muitas dúvidas aos professores dessa disciplina, principalmente no ensino fundamental, onde: uma hora devem fazer repetições dos algoritmos para a compreensão das operações básicas e das tabuadas em outra é uma prática alienante, etc.

Segundo Gomez e Terán (2009, p.131), o processo de memorização é muito complexo, pois abrangem outros como: o neurológico, o psíquico e o cognitivo. As informações do entorno são obtidas pelos cinco sentidos, e esses estímulos chegam ao cérebro através de impulsos elétricos que são o resultado da conexão da rede de neurônios. As atitudes que a pessoa mantém em relação ao seu entorno, favorecem o desenvolvimento intelectual. Sendo assim, a motivação impulsiona a busca cognitiva para que o indivíduo possa resolver determinado problema.

Em Fiori (2008, p. 109), destaca-se a memória como fundamental para a aprendizagem, pois corresponde à permanência e retenção de informações e conhecimentos adquiridos pela aprendizagem em toda a vida. A aprendizagem engloba processos de aquisição de novas informações. Há mais de uma forma de aprendizagem assim como de memória. São duas as distinções fundamentais que caracterizam as teorias cognitivas da memória: o “tempo de retenção” (memória sensorial, memória de curto prazo e memória de trabalho e memória de longo prazo) e o “tipo de informação” estocada na memória de longo prazo.

Para um bom entendimento da subdivisão das memórias, se estabelece um paralelo entre as afirmações de Fiori (2008), nos itens a, b, c e, logo a seguir a cada item se encontram as explicações de Gomez e Terán (2009), a respeito de cada uma delas.

a) A memória sensorial é a memória automática, não depende do campo da consciência e sua forma de representação é sensorial. É muito breve, o traço sensorial consecutivo à estimulação dura algumas centenas de milissegundos para o sistema visual (memória icônica), dois ou três segundos para o sistema auditivo (memória ecóica).

O registro ou memória sensorial capta os estímulos do entorno pelos sentidos, e esses ingressam no cérebro como um feixe de impulsos elétricos que são o resultado da conexão em redes de neurônios. No entanto, faz-se necessário uma seleção, pois se o cérebro tivesse que processar todas as informações recolhidas pelos sentidos sofreria um curto circuito. Essa seleção (registro sensorial) é feita com base na importância que a informação possa ter para a pessoa que recebe. Toda informação que entra por meio dos sentidos, exceto as do olfato, é enviada para o tálamo que monitora a força e a natureza da informação em segundos. Nesse processo, se considera as experiências passadas da pessoa e a importância dessa informação. Grande parte dessas informações é eliminada.

b) A memória de curto prazo, permite a retenção de 7 informações em 2 segundos, dependendo da organização da informação, que segundo Athinson-Schiffrin (1968), após passarem pela memória sensorial, as unidades selecionadas pelo processo de atenção são estocadas na memória de curto prazo antes de serem transferidas para a de longo prazo caso possam ser objeto de repetição mental. (FIORI, 2008, p. 110).

A informação que não foi descartada pelo registro sensorial passa para a memória de curto prazo em dois estágios: memória imediata e memória de trabalho. Na memória imediata a informação permanece por um período muito curto de tempo, essa passa pelo tálamo indo para as áreas de processamento sensorial do córtex cerebral que decidirá o seu destino. Essa memória opera subconscientemente ou conscientemente e pode reter a informação por trinta segundos. A experiência individual de cada um vai determinar a importância da informação. Como por exemplo, quando se procura o número de telefone na lista, a memorização ocorre apenas para completar a ligação.

Quanto à velocidade do processamento da informação a de maior prioridade se impõem sobre a de menor prioridade, diminuindo sua velocidade de processamento. Para o cérebro a manutenção da vida é prioridade, portanto todos os dados que possam ser interpretados como uma ameaça são prioridades incluindo as emoções. As emoções são um componente importante da aprendizagem e da memória.

c) A memória de trabalho, como o nome indica permite um processamento cognitivo das informações memorizadas temporariamente. Provavelmente é constituída de vários sistemas de processamento dos quais somente uma parte chega à consciência.

No segundo estágio da memória temporária – memória de trabalho – o processamento ocorre em um nível consciente. É chamada de memória de trabalho porque reúne, separa ou trabalha sobre as ideias para armazená-las em outro lugar. Armazena pequenas quantidades de informações “pacotes” referentes a grupos de estímulos de até sete informações.

Como é memória temporária a informação permanece por tempo limitado, no entanto, pode variar de acordo com a idade: em adolescentes e adultos o tempo médio de retenção está entre 15 a 25 minutos. Passado esse tempo a fadiga e o tédio podem fazer desviar o foco da informação. Para que se possa continuar trabalhando com o mesmo material é necessário mudar a forma de abordagem.

Quando se trata de aprendizagem os critérios são outros para a retenção. Para que haja retenção de um determinado material e depois possa ser recuperado, esse deve ter sentido e significado para quem aprende. Esse sentido significa dizer que a pessoa deve compreendê-lo com base na sua experiência passada. Quanto ao significado refere-se ao fato de ser ou não relevante para quem aprende. Entre as duas condições: sentido e significado, o segundo parece ter maior relevância quanto à capacidade de retenção. Todo material que possua sentido e significado terá mais possibilidade de ser retido. (FIORI, 2008, p.111; GOMEZ; TERÁN, 2009, p.71).

A seguir a figura 7 apresenta o resumo sobre o processamento da informação.

Figura 7 – Processamento da Informação
Fonte: Gomez e Terán (2009, p. 71 apud SOUZA, 2001).

No entanto, o que mais se destaca são as experiências passadas nesse processo, é com base nelas que se pode dotar de sentido e significado a informação que recebemos.

d) A memória de longo prazo é quando as informações são conservadas na memória durante um período importante de tempo, engloba várias formas que dependem de mecanismos e estruturas neuronais diferentes.

A memória de longo prazo tem capacidade de armazenamento praticamente ilimitada. Funciona como um sistema dinâmico e interativo que cataloga e arquiva a informação recebida em dois diferentes níveis, os quais são constantemente reorganizados a cada nova informação. Graças a essa organização pode-se recuperar com facilidade a informação armazenada. “A memória de longo prazo é formada por distintos módulos, cada um dos quais está relacionado com um sistema de memória específico”. (GOMEZ; TERÁN, 2009, p.71).

A saber:

a) Memória Declarativa: É a memória para todas as informações objetivas como datas, números, nomes, etc. Está subdividida em memória semântica, memória episódica e memória processual.
b) Memória Semântica: é a memória geral guarda os fatos relacionados com o mundo, as regras da lógica, etc. A recordação da tabuada de multiplicação é graças a esta memória.
c) Memória Episódica é para os dados biográficos.
d) Memória Processual: é a memória das habilidades e hábitos.

Para Fiori (2008, p. 110), a passagem entre as etapas podem ocasionar perda de informações, nos modelos mais recentes a permanência na memória de curto prazo não é suficiente para a memorização de longo prazo, há necessidade da interferência de fatores como a profundidade de processamento durante a codificação e a repetição mental.

Essa afirmação confirma a necessidade de repetição mental para que o aluno estabeleça a passagem da memória de curto prazo para a de longo prazo.

A figura 8 apresenta o Modelo Modal da Memória.

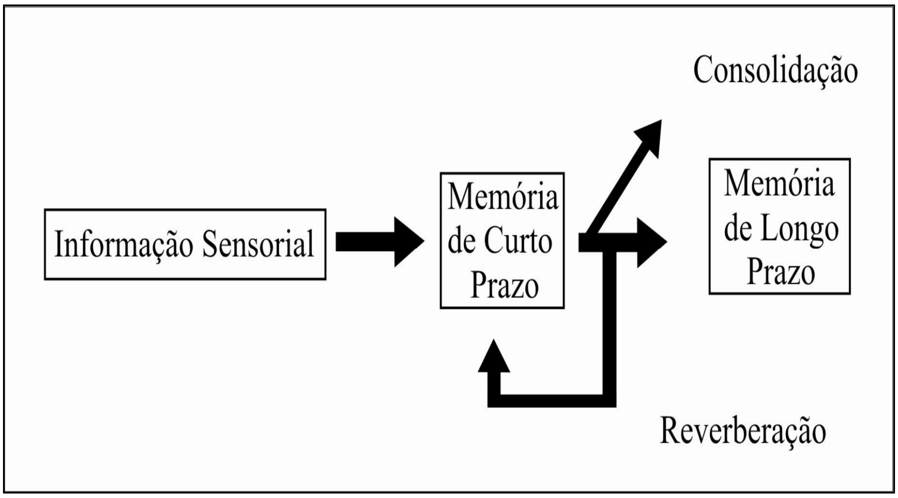


Figura 8 – Modelo Modal da Memória
Fonte: Bueno e Oliveira (2004, p.137).

Esse modelo foi criado por Atkinson e Shiffrin em 1968. Um modelo extremamente influente, conhecido posteriormente como modelo modal, segundo o qual o fluxo de informações passa sucessivamente por três estágios interligados. Primeiro a informação é processada por uma série de depósitos sensoriais extremamente transitórios, que armazenam a informação sensorial. A seguir essa passa para um depósito de curto prazo com capacidade limitada, que mantém comunicação com outro depósito, agora o de longo prazo de capacidade ilimitada.

O papel do depósito de curto prazo tem importância fundamental neste modelo, primeiro porque para que a informação chegue ao depósito de longo prazo, tem que passar necessariamente por ele o que significa dizer que toda informação na memória de longo prazo já conheceu uma forma transitória. Em segundo lugar representa também o portão de saída. Finalmente porque é neste "lugar" que se desenvolve a vida mental consciente (ANDRADE; SANTOS; BUENO, 2004, p.137).

Outro ponto relevante e pertinente ao objetivo desse trabalho foi expresso por Iziquierdo (2006), quando se refere às memórias que não foram gravadas pelo conteúdo emocional forte:

> Fora dessas memórias, as demais, no entanto, duram pouco tempo; e se não repetidas (se não revividas), desaparecem por falta de uso. A falta de uso causa atrofia das sinapses (Eccles, 1957), e isso explica desde há pelo menos cinqüenta anos por que as memórias nunca lembradas, assim como os movimentos não mais feitos ou os pensamentos nunca mais revisitados, desaparecem.
>
> A memória é a função cerebral que mais se encaixa com o dito de que 'a função faz o órgão'. Se praticada intensamente, a memória como função não esmorece; se não recordada, dissolve-se no esquecimento. (IZIQUIERDO, 2006, p.6)

Esse parecer confirma também a necessidade de antes da introdução de um conteúdo novo recordar os conteúdos anteriores necessários para seu entendimento. Entende-se que ao fazer isto o professor não estará trabalhando os conteúdos de forma estanque, ao contrário estará estabelecendo ligações com o anterior e pode também aproveitar para mencionar aonde será utilizado em estudos futuros. Além disso, as situações problemas farão o encaixe com a realidade mostrando ao aluno sua aplicação.

A afirmação de Gomez e Terán (2009, p. 56), que sem a utilização da memória a transmissão do conhecimento construído pelo homem através da história estaria comprometida, estabelece a reflexão sobre a utilização da memória em todos os âmbitos da transmissão do conhecimento construído pelo homem através da história. Essa estaria comprometida tanto do ponto de vista pessoal, pois faltariam as bases para a estruturação psíquica, que exigem o registro das vivências organizadas no tempo.

Dessa forma, não se pode interpretar a memória como uma ação mecânica, ou como repetição vazia, ao contrário pode-se afirmar que a memória é fundamental para a aprendizagem.

2.5 AS NEUROCIENCIAS E AS ESTRUTURAS COGNITIVAS DE JEAN PIAGET

Neste item procura-se mostrar a proximidade entre as estruturas cognitivas de Jean Piaget e os estudos da neurociência sobre a fixação e memória. Em um primeiro momento a ideia pode ser paradoxal, no entanto, estão mais próximas do que o senso comum imagina.

Piaget, foi um dos principais pesquisadores sobre o cognitivismo, iniciou seu trabalho em 1920 despertando interesse em muitos colaboradores. Sua visão sobre a criança e a infância trouxe novas formas de interpretá-las, utilizando-se de uma trajetória rigorosamente intelectual. Ferreiro (2001, p. 25) mostra que podem ter ocorrido equívocos na interpretação dos estudos de Piaget: “Suas palavras estão muito distantes do discurso pedagógico benévolo que prega o respeito pela criança em termos emotivos, mas quase vazios do ponto de vista cognitivo”.

Ao pesquisar sobre o desenvolvimento da criança em suas etapas do nascimento até a adolescência, Piaget (1971, p. 27), preocupou-se não apenas em entender como a criança adquiriu tal conhecimento, mas quais os processos mentais de mudança e evolução, e mais especificamente, mecanismos e processos que o ser humano passa quando da aquisição de um conhecimento elementar para o mais avançado. Chamou então de “epistemologia genética”, assim nominada no sentido de gênese, representando a formação do conhecimento, e referia-se a ela como disciplina.

Sob o ponto de vista da neurociência a inteligência pode ser definida como: “A inteligência reflete a soma de experiências aprendidas pelo indivíduo. As definições enfatizam a habilidade de se adaptar ao meio; de aprender; de pensar de modo abstrato”. (MÄDER; TBAIS; FERREIRA, 2004, p.63).

Essa habilidade de se adaptar ao meio, de pensar de modo abstrato na visão da neurociência se aproxima da teoria construtivista, principalmente pela trajetória que a mente faz para que haja o aprendizado.

Outros pensadores comungaram dessa idéia exposta por Piaget de que o conhecimento resulta da interação do sujeito com o ambiente. Em Goulart (1996), tem-se enumerado esses pensadores: “Como adeptos desta tese temos o epistemólogo suíço Jean Piaget, o psicólogo francês Wallon e os russos Vigotskii, Leontiev e Lúria”. (GOULART, 1996, p.14).

Para Piaget, a ideia sobre a inteligência é ampla, não podendo ser colocada em uma redoma como: “Inteligência é isso e nada mais do que isso”. (SEBER, 1997, p.70). No entanto, Piaget estabelece uma abordagem sobre inteligência sob dois aspectos: o funcional e o estrutural.

Esses aspectos foram descritos por Seber (1997, p.79). Do ponto de vista funcional, “a inteligência constitui uma totalidade organizada que se transforma e ao mesmo tempo se conserva funcionando.” Esse funcionamento quer dizer: a assimilação de novas informações se processa entre os esquemas de ação e acomodação. Desse modo, a assimilação designa a ação do sujeito sobre o objeto, enquanto que a acomodação designa o processo reverso e complementar. E a adaptação do conhecimento resulta do ir e vir desses mecanismos de acomodação e de assimilação.

Do ponto de vista *estrutural,* a inteligência evolui em um processo de mobilidade crescente e reversível. Então, a inteligência se constitui em uma das atividades de interação entre o sujeito e o meio, expressas nas ações do meio sobre os esquemas cognitivos do sujeito. Essas interações proporcionam gradativamente um equilíbrio entre as trocas assimiladoras e acomodadoras que conduzem a avanços do conhecimento.

A Professora Doutora Zélia Ramozzi Chiarottino, teve efetiva participação na divulgação das ideias de Piaget no Brasil, desde 1967, por meio de cursos ministrados no Instituto de Psicologia da Universidade de São Paulo, pelas inúmeras produções científicas – ao longo de trinta anos – no campo da epistemologia e psicologias genéticas e reeducação. Sua afirmação de que não se pode escapar dos momentos explicados pelos modelos assim como do funcionamento cerebral. Ressalta que as etapas são importantes para a constatação da normalidade e não as idades. Piaget determinou a sucessão, ou seja, uma organização no funcionamento das estruturas mentais orgânicas, e descobriu as regras às quais estão sujeitas. No entanto:

> Nem todos os seres humanos chegam aos mesmos patamares, sobretudo por causa da solicitação do meio. Sabemos, hoje, que a mielinização do cérebro, a maturação do sistema nervoso, sobretudo da área pré-frontal, depende do meio ambiente. Quanto mais a neurociência avança tanto mais os Modelos piagetianos vão se impondo. (CHIAROTTINO, 2002, p.32).

Essas afirmações da Dra. Chiarottino muito se parecem com as de Dr. Kawashima após os exames Pet *scan* e MRIf do cérebro humano, no momento do pensamento matemático simples, que neste trabalho encontram-se na página 33. Esse ressalta o desenvolvimento das sinapses na região pré - frontal como resultado da estimulação por meio do cálculo de adição de dois algarismos. Comprovando que a estimulação do meio é fundamental.

Piaget durante mais de 50 anos analisou o psiquismo infantil, segundo Goulart (1996, p. 14), concluindo que cada criança constrói ao longo do processo de desenvolvimento, o seu próprio modelo de mundo. Os pontos principais do desenvolvimento são: a própria ação do sujeito e a maneira pela qual isso se converte em um processo de construção interna, de como se forma dentro de sua mente uma estrutura em contínua expansão, que corresponde ao mundo exterior.

As subdivisões seguintes foram apresentadas por Chiarottino (2002, p.33) sobre a teoria de Piaget:

a) o funcionamento das estruturas mentais;
b) a construção dessas estruturas que são refletidas na experiência, no comportamento e na linguagem, incluindo a construção do conhecimento lógico matemático e físico.

Que para a autora mencionada abrem possibilidades de se distinguir dois aspectos fundamentais na construção do conhecimento:

1) Os sistemas de significação lógica (aqueles universais do conhecimento científico) e
2) Os sistemas de significação não lógica, que seriam aqueles construídos no universo psicossocial de cada indivíduo, ou classe social, ou seja, contingentes.

Esses aspectos, segundo ela, facilitariam a distinção entre a forma e o conteúdo do conhecimento, como Piaget fez. No entanto, a visão dos neo-piagetianos excluem aspectos afetivos e aspectos sociais da teoria de Piaget. Para isso respondeu:

> Piaget estava preocupado com a **forma**, e **não** com o **conteúdo**; estava preocupado com os **sistemas lógicos que refletem o funcionamento cerebral e não com as significações não lógicas da vida de todo dia**. Piaget estava interessado em estudar o **sujeito epistêmico, universal** e **não** os i**ndivíduos** (o que não quer dizer que seus continuadores não possam por eles se interessar). (CHIAROTTINO, 2002, p.33).

As descobertas feitas pela neurociência quanto ao funcionamento cerebral, principalmente com o avanço da tecnologia, complementam a teoria de Piaget em seus estudos sobre os sistemas lógicos resultantes do funcionamento cerebral.

As explicações dadas em Chiarottino (2002, p.35), sobre a teoria de Piaget e da relação entre os dois sistemas: o de significação lógica e o de significação não lógica seriam que, o funcionamento das estruturas mentais em ambos é o mesmo. Ou seja, quando se constrói sistemas de significação afetiva, está se utilizando do mesmo funcionamento cerebral que se dispõe para construir os sistemas lógicos (capacidade de classificar, seriar e inferir).

Os seres humanos se utilizam das estruturas mentais inconscientemente, podendo trazê-las para o consciente dando explicações, buscando justificativas, descobrindo então as *razões* - que se referia Piaget - em relação ao viver, ouvir, presenciar e observar. E, em todas essas circunstancias estariam construindo o conhecimento contingente das relações sociais ou o conhecimento necessário para a construção científica.

Para Chiarottino (2002, p.35), é importante relacionar a construção epigenética aos modelos formais caso contrário a compreensão correta e útil da teoria de Piaget estaria comprometida. Afirmou que esse entendimento é que torna possível resolver e intervir na realidade dos problemas, mesmo que aparentemente insolúveis, nos campos da educação, psicopatologia e dos comportamentos anti-sociais.

2.6 O DESENVOLVIMENTO MENTAL

> A aprendizagem é um processo que ocorre durante toda a vida. (GOMEZ; TERÁN, 2009, p. 32).

O desenvolvimento mental e a aprendizagem estão interligados, isto é, ambos estão submetidos ao tempo. O desenvolvimento mental foi colocado por Piaget (1964), como uma ação contínua e gradativa, deixando nas entrelinhas o tempo como fio condutor desse processo. Gomez e Terán (2009, p. 32), ao referirem-se sobre a aprendizagem a colocam como um processo integral, que ocorre desde o princípio da vida e durante toda ela, também deixando transparecer o tempo na condução do processo.

Em *Seis estudos de Psicologia,* Piaget (1964) afirma que o desenvolvimento é uma equilibração progressiva, uma passagem contínua de um estado de menor equilíbrio para um estado de equilíbrio superior.

> É, portanto, em termos de equilíbrio que vamos descrever a evolução da criança e do adolescente. Deste ponto de vista, o desenvolvimento mental é uma construção contínua... Do ponto de vista funcional, isto é, considerando as motivações gerais da conduta e do pensamento, existem funções constantes e comuns a todas as idades. Em todos os níveis, a ação supõe sempre um interesse, podendo-se tratar de uma necessidade fisiológica, afetiva ou intelectual (a necessidade apresenta-se neste último caso sob a forma de pergunta ou de um problema). Em todos os níveis, a inteligência procura compreender, explicar, etc. (PIAGET, 1964, p.12).

Piaget relata que as funções do interesse, das explicações são comuns em todos os estágios, são invariáveis como funções, já os interesses variam consideravelmente, de um nível mental a outro. As explicações particulares assumem formas muito diferentes de acordo com o grau de desenvolvimento intelectual. Ao lado das funções constantes achou necessário distinguir as estruturas variáveis. Afirmou que é necessariamente a análise dessas estruturas progressivas ou formas sucessivas de equilíbrio que marcam as diferenças ou oposições de um nível de conduta a outro, desde os comportamentos elementares dos lactentes até a adolescência.

As estruturas variáveis são formas de organização da atividade mental, sob duplo aspecto: motor ou intelectual de uma parte, e afetivo de outra, esse com duas dimensões: individual e social. Assim, elaborou seis estágios ou períodos do desenvolvimento que marcaram o aparecimento dessas estruturas sucessivas construídas.

No quadro 1, apresenta-se os estágios ou períodos de desenvolvimento segundo Piaget (1964).

Estágios	Desenvolvimento
1º.	Dos reflexos, ou mecanismos hereditários, das primeiras tendências instintivas (nutrições) e das primeiras emoções.
2º.	Dos primeiros hábitos motores e das primeiras percepções organizadas, como dos sentimentos diferenciados.
3º	Da inteligência senso-motora ou prática (anterior à linguagem), das regulações afetivas elementares e das primeiras fixações exteriores da afetividade. (de 1,5 – 2 anos)
4º	Estágio da inteligência intuitiva, dos sentimentos interindividuais espontâneos e das relações sociais de submissão ao adulto (de 2-7 anos)
5º	Das operações intelectuais concretas (começo da lógica) e dos sentimentos morais e sociais de cooperação. (de 7-12 anos)
6º	Das operações intelectuais abstratas, da formação da personalidade e da inserção afetiva e intelectual na sociedade dos adultos (adolescência).

Quadro 1 – Estágios ou períodos de desenvolvimento segundo Piaget
Fonte: Piaget (1964).

Segundo Piaget (1964, p. 13), cada estágio constitui então – pelas estruturas que o definem – uma forma particular de equilíbrio, acontecendo a evolução mental no sentido de uma equilibração sempre mais completa. Toda ação, pensamento ou sentimento, corresponde a uma necessidade, que é sempre uma manifestação de desequilíbrio. A evolução mental existe quando qualquer coisa, fora ou dentro do ser humano – no organismo físico ou mental – se modificou, tratando-se de um reajustamento da conduta em função dessa mudança.

A ação se finda desde que haja satisfação das necessidades, quando acontece o equilíbrio entre o fato novo que desencadeou a necessidade e a organização mental, tal como se apresentava anteriormente é restabelecido. A ação é desequilibrada pelas transformações que aparecem no mundo exterior ou interior, e a cada ação vai levar a um equilíbrio mais estável que o do estágio anterior a essa perturbação.

> A ação humana consiste neste movimento contínuo e perpétuo de reajustamento ou de equilibração. É por isto que, nas fases de construção inicial, se pode considerar as estruturas mentais sucessivas que produzem o desenvolvimento como formas de equilíbrio, onde cada uma constitui um progresso sobre as precedentes (PIAGET, 1964, p.15).

O fixar conteúdos de formas variadas, graduadas e sucessivas – partindo da menor dificuldade para a maior – estaria promovendo o movimento contínuo de reajustamento, de organização e desenvolvimento das estruturas mentais do aluno.

No entanto, percebe-se que esse trabalho fica comprometido na escola conteudista. O aluno desperta para um novo conhecimento e já passa para outro e, dessa forma, não se dá o devido tempo para que haja a equilibração.

Piaget (1964) assinalou para a forma geral das necessidades e interesses comuns em todas as idades. Toda necessidade tende: primeiro, a incorporar as coisas e pessoas à atividade própria do sujeito, que quer dizer, assinalar o mundo exterior às estruturas já construídas. Em segundo, reajustar às estruturas construídas em função das transformações ocorridas, ou seja, acomodá-las aos objetos externos.

> Nesse ponto de vista, toda vida mental e orgânica tende a assimilar progressivamente o meio ambiente, realizando esta incorporação graças às estruturas ou órgãos psíquicos, cujo raio de ação se torna cada vez mais amplo. A percepção e movimentos elementares (preensão, etc.) referem-se, primeiramente, aos objetos próximos nos seus estados momentâneos, já que a memória e a inteligência prática permitem, ao mesmo tempo, reconstruir o estado imediatamente anterior e antecipar as transformações próximas (PIAGET, 1964, p.15).

Essa afirmação é relevante para este trabalho, pois responde ao objetivo proposto, mostrar que a memória se consolida com a prática e ambas permitem ao mesmo tempo reconstruir o saber anterior e antecipar, fornecer bases para o saber que virá na mente do aluno. A prática referida pode ser por meio de exercícios, situação-problema, jogos, modelagem matemática, enfim, oportunizar situações de aprendizagem que desperte na ação do aluno a memória a respeito do que ele já sabe sobre o assunto e projete sua atenção para a construção do novo conhecimento.

Portanto, a memória exerce papel fundamental e de coligação na construção do conhecimento.

Quanto ao pensamento intuitivo, Piaget (1964, p.15) afirma que este reforça as capacidades de percepção e memória. E com a evolução de ambas, na forma de operações concretas e por fim na dedução abstrata, chega-se a inteligência lógica. O sujeito torna-se senhor dos acontecimentos mais distantes no espaço e no tempo. “[...] é incorporar o universo a si próprio; a estrutura de assimilação, no entanto, vai variar desde as formas de incorporação sucessivas da percepção e do movimento até as operações superiores”.

Toda evolução que leva à inteligência lógica, caminhou necessariamente por etapas sucessivas, importantes para a estrutura de assimilação. Acredita-se que a estruturação da base matemática do aluno realizada na 1ª fase do ensino fundamental, deve levá-lo a atingir a dedução abstrata tão necessária à 2ª fase do ensino fundamental. A prática traz percepções de que o aluno muitas vezes teve dificuldades na formação da estrutura de assimilação.

3 AS OPERAÇÕES RACIONAIS

Sabe-se que Jean Piaget não pretendia criar uma teoria pedagógica, não comentou sobre a educação salvo alguns pequenos textos como se refere Goulart (1996, p. 16), os textos são: *Psicologia e Pedagogia; Para onde vai a educação e Educar para o futuro.*

O objetivo deste capítulo é apresentar a evolução das operações matemáticas descritas por Piaget, que confirmam a necessidade do movimento contínuo e perpétuo de reajustamento e equilibração.

> As operações do pensamento, depois dos sete anos, correspondem à intuição, que é a forma superior de equilíbrio que o pensamento atinge na primeira infância. É por este motivo que o núcleo operatório da inteligência merece um exame detalhado, já que seu estudo fornece a chave de uma parte essencial do desenvolvimento mental. (PIAGET, 1964, p. 51).

Uma operação é então, psicologicamente, uma ação qualquer (reunir indivíduos ou unidades numéricas, deslocar), cuja origem é sempre motora, perceptiva ou intuitiva. Para Piaget (1964) essas ações são, no ponto de partida, “operações” e têm em suas raízes, esquemas senso-motores, experiências afetivas ou mentais (intuitivas), constituindo, antes de se tornarem operatórias, matéria da inteligência senso-motora e depois da intuição.

Piaget questiona e responde: “Mas, como se explica a passagem das intuições para as operações? As primeiras se transformam nas segundas, desde que constituam sistemas de conjuntos, ao mesmo tempo passíveis de composição e revisão”. (PIAGET, 1964, p.51).

Entende-se a revisão acima descrita, na prática, como a oportunidade que o professor tem para fazer com que a criança tente novamente composições parecidas, favorecendo a passagem das intuições para as operações. Essas composições “parecidas” para conduzir a mente do aluno das intuições às operações – na visão da autora deste trabalho – são chamadas de prática matemática ou, ainda, “fixação” e, o movimento contínuo dessa ação leva à memorização.

Nesse sentido a “fixação” é a oferta de situações que propiciam reflexões e conduzem o aluno da manipulação do objeto para o campo das ideias e operações e à partir desse ponto possam estabelecer uma nova composição entre essas operações, acredita-se dessa maneira estar impulsionando a evolução das operações matemáticas na mente do aluno e promovendo novas sinapses.

Essa oferta contínua, resultando nas evoluções das operações matemáticas são assim descritas por Piaget: “as ações tornam-se operatórias, logo que duas ações do mesmo gênero possam compor uma terceira, que pertence ainda a este gênero, e desde que estas diversas ações possam ser invertidas”. (PIAGET, 1964, p.51).

No período dos sete anos é possível a lógica dos sistemas de conjuntos, que transformam intuições em operações de todas as espécies, explicando assim as transformações do pensamento analisadas acima. Também que uma relação só é compreendida em função de um conjunto de relações análogas, que na totalidade constitui um sistema de parentesco.

Piaget (1964, p. 52) exemplificou que os números não aparecem independentes uns dos outros (3, 10, 2, 5,...). São tomados como elementos de uma série ordenada: 1, 2, 3,... Os valores só existem em função de uma escala de valores. Embora as operações de seriação (coordenação das relações assimétricas) sejam descobertas por volta dos sete anos, relações como as de comprimento ou tamanhos dependentes da quantidade de matéria para se obter uma seriação análoga dos pesos, só são possíveis em média aos nove anos. Para o entendimento dos volumes aos doze anos.

O pensamento infantil se torna lógico por meio da organização de sistemas de operações, que obedecem as leis de conjuntos comuns, assim estabelecidas:

1ª. Composição: duas operações de um conjunto podem compor entre si e dar ainda uma operação do conjunto (1+1 = 2).
2ª. Reversibilidade: toda operação pode ser invertida (+1 inverte-se em -1).
3ª. A operação direta e seu inverso dão uma operação nula ou idêntica (+1-1 = 0).
4ª As operações podem se associar entre si de todas as maneiras, matematicamente chamada de grupos.

Para Piaget (1996, p.74),

> A lógica na criança (como nós acreditamos) apresenta-se essencialmente sob a forma de estruturas operatórias, ou seja, o ato lógico consiste essencialmente em *operar* e, portanto, em agir sobre as coisas ou sobre os outros (PIAGET, 1964, p. 111).

Entende-se nessas afirmações de Piaget, que é imprescindível a valorização da prática, da experimentação. Do concentrar-se para fazer exercícios ou resolver problemas.

A formação da base matemática deve continuar também na adolescência, embora essa fase do desenvolvimento humano represente um momento crítico devido às grandes modificações nos desenvolvimentos físico e psicológico. Na escola essa fase especial é atravessada no ensino fundamental 2. Piaget (1964, p.61), se referiu a ela, como crise passageira que separa a infância da idade adulta: “evidentemente a maturação do instinto sexual é marcada por desequilíbrios momentâneos, que dão um colorido afetivo muito característico a todo este último período da evolução psíquica”.

A interferência no processo de ensino aprendizagem causada por esses desequilíbrios momentâneos, prejudicam a concentração e a vontade de estudar. Nessa fase percebe-se uma alteração no rendimento escolar.

A esse desequilíbrio provisório afirmou Piaget (1964, p.62):

> Não se deve esquecer que todas as passagens de um estágio a outro são suscetíveis de provocar tais oscilações temporárias Os adolescentes têm seus poderes multiplicados; estes poderes, inicialmente, perturbam a afetividade e o pensamento, mas, depois, os fortalecem (PIAGET, 1964, p.62).

Apesar de todas essas dificuldades, o adolescente consegue partir para o campo das ideias rapidamente, facilitando a formalização dos pensamentos. Abrem-se caminhos para que o professor possa investir na linguagem matemática e no trabalho de estruturação dos conteúdos na mente do aluno por meio da prática “fixação” que gera a memorização.

Quanto ao pensamento e suas operações, o adolescente constrói sistemas e teorias facilmente.

> O que surpreende no adolescente é o seu interesse por problemas inaturais, sem relação com as realidades vividas no dia-a-dia, ou por aqueles que antecipam, com uma ingenuidade desconcertante, as situações futuras do mundo, muitas vezes quiméricas. O que mais espanta, sobretudo, é sua facilidade de elaborar teorias abstratas. (PIAGET, 1964, p. 62).

Essas afirmações abrem caminhos para entender as capacidades de pensamento e raciocínio do adolescente. Quando se refere à capacidade de elaborar teorias abstratas se entende que já está preparado para resolver expressões, equações que possam ou não estar fundamentadas em situações do concreto (dia a dia).

Por volta dos onze ou doze anos efetua-se uma transformação fundamental no pensamento da criança marcando o término das operações construídas durante a segunda infância; é a passagem do pensamento concreto para o formal (hipotético-dedutivo). As operações lógicas começam a ser transportadas do plano da manipulação concreta para o das ideias. Essas ideias podem ser expressas pela linguagem das palavras ou dos símbolos matemáticos. "O pensamento formal é, portanto, "hipotético-dedutivo", isto é, capaz de deduzir as conclusões de puras hipóteses e não somente através de uma observação real". (PIAGET, 1964, p.63).

Essa afirmação, na visão da autora deste trabalho, é relevante para a sua pesquisa, porque esclarece o raciocínio hipotético-dedutivo, quando explica que esse se utiliza mais do trabalho mental que do pensamento concreto. E, dessa forma, compreende-se o quanto o adolescente está preparado para cálculos sem aparente concretização, como os já citados: expressões, equações, e outros como a fatoração, as expressões fracionárias, a radiciação e a potenciação.

Essas colocações, no entanto, não supõem a ausência de dificuldades. O adolescente de 8ª série pode apresentá-las durante o desenvolvimento de seu aprendizado e das atribuições que a escola impõe. É perceptível que:

> Alguns alunos, em menor número, não precisam ser estimulados, possuem interesses específicos e ao longo de todo curso, mantém um bom rendimento sem muita dificuldade. Porém na turma, predominam os que precisam continuamente estimulados, e receber atenção especial. (MORA, 2009, p. 446).

Compreende-se que essa fase é complexa e que há necessidade de mais estímulos para reter a atenção e a concentração do aluno. Para aplicar os caminhos propostos no referencial teórico indicados pela pesquisa, a autora deste trabalho criou diferentes formas de destacar os conteúdos e facilitar a repetição sem torná-la cansativa, na busca por atingir um maior contingente de alunos. O assunto utilizado para veicular essas ideias foi: Potências e suas Propriedades.

A revista apresentada "Matemática Bacaninha" foi elaborada para o professor para ser utilizado diretamente com o seu aluno, com a pretensão de que esse possa revisar e reestruturar seu conhecimento a respeito do conteúdo trabalhado na sala de aula. É, portanto, um apoio didático para a aprendizagem, visando estabelecer uma aproximação emocional do aluno, buscando o seu desbloqueio diante da disciplina.

Para o aluno com dificuldade em matemática, a linguagem dos livros didáticos assusta pela sua formalidade. Buscou-se a interação professor-aluno-conteúdo em uma linguagem simples alegre e descontraída para tornar mais interessante o estudo, ciente de que a emoção interfere diretamente no rendimento do aluno. Ao entrar na sala de aula e ter contato com os alunos se percebe que boa parte deles é insegura quanto ao seu potencial e a sua capacidade de raciocinar matematicamente.

Segundo Iziquierdo (2007, p.37), toda memória é adquirida em um determinado estado emocional, difícil de avaliar. E cada estado emocional é acompanhado de fenômenos hormonais e neuro-humorais, assim chamados porque liberam substâncias moduladoras da atividade nervosa no cérebro (noradrenalina, dopamina, serotonina, acetilcolina ou a beta-endorfina). As taxas de liberação dessas substâncias dependem dos diferentes estados de ânimo, aumentando ou diminuindo a capacidade de resposta de diversas áreas cerebrais, e entre elas as que fazem a evocação da memória. As memórias de alto conteúdo emocional têm menor tendência de serem esquecidas e são mais facilmente gravadas.

Com relação a essas afirmações acredita-se que a postura do professor e sua atuação com os alunos podem beneficiar ou não a aprendizagem. Cabe ao professor tornar o assunto interessante, contextualizado e apresentar situações em que o aluno possa utilizar o seu potencial de raciocínio sem ter receio de expor seu ponto de vista. Portanto, o clima da sala de aula deve proporcionar o saber de forma leve e descontraída, sem perder o rigor que lhe é necessário e, isso é possível.

Assim “as memórias são adquiridas sob a influência de um determinado ‘tônus’ cerebral dopaminérgico, noradrenérgico, serotonérgico ou beta-endorfinico, e de um ‘tônus’ hormonal paralelo” (IZIQUIERDO, 2007, p.40) e, melhor evocadas quando o tônus neuro-humoral e hormonal vigente no momento de sua aquisição se repete.

Mesmo diante de um clima favorável ao aprendizado, as dificuldades aparecem, porque ao lidar com seres humanos se defronta com toda sua bagagem cognitiva e emocional, o que faz do professor de matemática, na opinião da autora, um grande artista. E mudar situações incrustadas na mente do aluno requer tempo e novas atuações para provocar a utilização de novas células cerebrais.

Em Iziquierdo (2007, p. 46), encontra-se que a maior parte do esquecimento resulta da falta de uso das sinapses. Relata que há meio século Jonh Eccles (1903-1997) demonstrou que o desuso das sinapses ocasiona atrofia e consequente perda das funções. Assim como, o uso reiterado das mesmas causa crescimento e sua melhora funcional. O mesmo acontece com outras funções cerebrais que são mediadas por sinapses também.

Na matemática, entende-se que depois de todos os recursos utilizados pelo professor para fazer o aluno entender e aprender é preciso ir além, provocar “as sinapses”, aplicar estudos sobre o conteúdo para que favoreçam a vontade de estudar e a concentração. Assim, colabora-se com o processo de introspecção, ajuda a formar o hábito de estudar. Izquierdo (2007), assim se refere à repetição e às sinapses provocadas por elas: “A repetição de uma determinada combinação de estímulos que produz uma memória leva a uma melhora dessa memória” (IZIQUIERDO, 2007, p. 47).

4 O CAMINHO METODOLÒGICO DA PESQUISA

O trabalho de pesquisa se desenvolveu no Colégio Sagrada Família, em Ponta Grossa. Essa instituição de ensino pertence às Irmãs Franciscanas da Sagrada Família de Maria e está presente na cidade desde o ano de 1933. Somente na cidade de Ponta Grossa possui três sedes: a sede central, onde aconteceu a pesquisa, situada na Avenida Visconde de Taunay, 101 – centro (com aproximadamente 2537 alunos desde a Educação Infantil ao Ensino Médio; a sede Auxiliadora, na Rua Auxiliadora s/n, no bairro de Uvaranas; e a sede São José, localizado no Bairro São José.

No Estado do Paraná conta com mais 4 estabelecimentos nas cidades de Palmeira, Mandaguari, Santo Antonio da Platina e Ipiranga. Está presente também no Distrito Federal, em Brasília e no Estado do Tocantins em Axíxa do Tocantins.

O colégio sede Centro possui quatro turmas de 8ª série (*A, B, C e D)* e, foram escolhidas aleatoriamente as turmas B e C para a realização desta pesquisa. As turmas pesquisadas são formadas por alunos que permaneceram no Colégio desde o início de sua formação e em menor número por alunos que vieram cursar apenas a 8ª série. Em média, essas turmas possuem 36 alunos. A faixa etária está em torno de 13 (treze) e 14 (quatorze) anos. Os alunos novos provêm tanto de escolas particulares quanto de escolas públicas.

A escolha por trabalhar com as turmas da 8ª série do Ensino Fundamental 2, se deu em razão da oitava série representar a fase final do Ensino Fundamental. E como série finalizadora, os conteúdos estabelecidos no planejamento curricular a serem trabalhados em sua maioria necessitam de conteúdos prévios, pré-requisitos, vistos nas séries anteriores. Dessa forma, fica fácil para o professor a percepção daquilo que o aluno aprendeu e das lacunas existentes no seu conhecimento Matemático durante todo esse processo, se tornando possível o resgate pelo professor atual.

O assunto escolhido para esta pesquisa foi “Potencias e suas Propriedades”. Após a delimitação do público-alvo (8ª séries B e C), foi dado início ao desenvolvimento do projeto elaborado anteriormente para esta pesquisa, utilizando-se de vinte aulas (aula de 50 minutos) em cada turma (B e C) para a investigação.

Primeiramente, foi explicado aos alunos que eles fariam parte de um projeto de pesquisa, visando à qualidade da aprendizagem sobre o assunto acima citado.

A pesquisa estabeleceu os seguintes critérios: Na turma C, a professora ministraria as aulas de acordo com os princípios da neurociência, levando em consideração a memorização por associações, apelidos, escadinha de operações na resolução de uma operação e os “reps” para guardar as regras, a repetição de raciocínios para a memorização e procurando entender como o aluno pensa a matemática; e a partir do ponto em que ele se encontra colaborar na construção do conhecimento para que ele possa entender o assunto. Essa proposta se justifica no entendimento de Smith (1999), quando afirma que o professor precisa compreender como se dá a aquisição do raciocínio lógico matemático para o aluno.

Na turma B, a professora pesquisadora ministraria os conteúdos da forma apresentada no livro didático “A Conquista da Matemática”, dos autores Giovanni, Castricci, Giovanni Jr.Ed. renov. São Paulo: FTD, 2007, utilizado pelos alunos. A revisão dos conteúdos se daria de acordo com as instruções do fazendo e aprendendo contida no livro didático, com perguntas e respostas sobre as expressões. Contudo, essa turma, também teria oportunidade de rever o conteúdo por meio da revista, mas somente depois da avaliação bimestral já ter sido concretizada, com o intuito de saber dos alunos se ela contribuiria para um melhor entendimento do assunto trabalhado.

Na turma C, a revisão seria por meio da revista “Matemática Bacaninha”, construída dentro dos preceitos da neurociência.

No final do processo de pesquisa, foi solicitado aos alunos da turma B, que respondessem as seguintes questões: *“Se essa revista tivesse sido oferecida antes da prova bimestral ela teria te ajudado no seu desempenho?”; “Você gostou do material? Justifique sua resposta”; “Se todos os assuntos trabalhados em sala de aula fossem revisados dessa forma, facilitaria a compreensão do conteúdo?”; “Destaque pontos positivos e ou negativos da utilização da revista para a revisão de conteúdos”.*

Para a turma C, fora solicitado que escrevessem um texto curto se posicionando sobre o que acharam da forma com que a revista abordou o conteúdo. Salienta-se que esse passo da pesquisa teve por objetivo fazer uma análise crítica sobre o uso ou não da metodologia utilizada na revista. Para a professora pesquisadora a escuta aos alunos, sobre o que lhes motiva e faz aprender é parte fundamental do trabalho do professor e poderá nortear seus trabalhos futuros na busca por aplicar melhores metodologias.

Os dados para análise nesta pesquisa foram coletados por meio de comentários orais e escritos advindos dos alunos, observações realizadas pela professora pesquisadora em relação ao comportamento deles enquanto resolviam os exercícios propostos na revista “Matemática Bacaninha” (turma C), e durante o atendimento individual prestado a turma B, pela professora para tirar as dúvidas do assunto em questão ou de algum conteúdo pré-requisito do assunto trabalhado. A observação atenta da reação dos alunos quando da realização dos exercícios, tanto individual quanto em grupo permitiu perceber se a dúvida é em relação ao conteúdo apresentado nas aulas ou, é devido a uma lacuna na base matemática vinda de conteúdos aprendidos em séries anteriores.

Para registrar os momentos vividos em sala de aula quando da realização de atividades práticas como dobraduras no papel indicando potências de mesma base e seu resultado, e a aplicação da revista “Matemática Bacaninha”, utilizou-se de “fotografias”.

Quanto à forma de abordagem do problema, está pesquisa é qualitativa de vertente aplicada e interpretativa, pois nas etapas de seu desenvolvimento se caracteriza por responder a questões que não podem ser quantificadas.

Conforme Magalhães (2005, p. 234), quando o pesquisador interpreta os dados, ele assume “um caráter indutivo, pois a partir de dados particulares, permite inferir uma generalização para o conhecimento que inclua a maior parte daqueles dados de partida”. No entender do autor, será necessário que se obtenha, “antes, uma relação entre os fatos particulares”.

Após a escolha do tema abordado para esta pesquisa, fez-se necessária a fundamentação bibliográfica em teóricos como Piaget que discute a formação do pensamento lógico e Iziquierdo, o qual explica os fenômenos da memória, bem como Gomez e Terán que trabalham a psicologia educativa e, ainda, trazemos Mora para as questões relacionadas à psicopedagogia infanto-adolescente.

A observação criteriosa que a prática docente responsável confere ao longo do tempo, conduziu a autora deste trabalho à pesquisa sobre o assunto Potências e suas Propriedades que fazem parte dos conteúdos de base, “estruturantes” para ações matemáticas futuras.

Para o desenvolvimento em forma de revisão do referido conteúdo já trabalhado em sala de aula, criou-se, então, um produto em forma de revista em quadrinhos, intitulado “Matemática Bacaninha”, que segue os princípios da neurociência quando voltada à memorização, fazendo associações simples e repetições necessárias para que o conteúdo passe da memória de trabalho (memória de curta duração) para a de longo prazo.

A revista “Matemática Bacaninha”, apresentada aos alunos foi elaborada com a pretensão de revisão e de recuperação do conteúdo que já fora trabalhado em sala de aula, mas que ainda não fora assimilado devidamente pelos estudantes. É, portanto, um apoio didático para a aprendizagem, visando estabelecer o desbloqueio do aluno diante da disciplina de Matemática.

Na visão da autora desta pesquisa, essa proposta se justifica devido as dificuldades em matemática encontradas pelos alunos, uma vez que a linguagem que permeia os livros didáticos assusta pela sua formalidade.

Portanto, na produção da referida revista buscou-se a interação professor-aluno-conteúdo em uma linguagem simples e a maneira de expressar conhecimentos matemáticos de forma alegre e descontraída para tornar mais interessante o estudo. Dessa forma, a revista apresenta um diálogo entre uma personagem denominada de professora Bacaninha com a sua aluna Gisele.

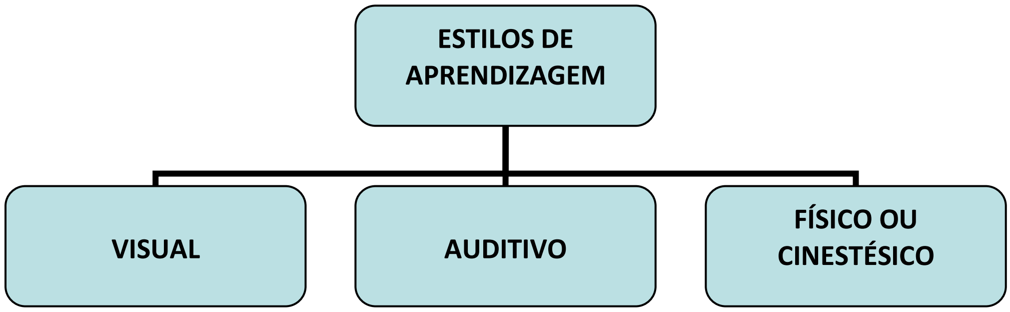
Devido ao número de páginas (22), da revista “Matemática Bacaninha”, ela não será apresentada no corpo desta dissertação, mas como um encarte para conhecimento dos leitores.

4.1 ANÁLISE DOS DADOS E DISCUSSÕES DOS RESULTADOS

As aulas ministradas para a turma C privilegiaram as associações dos raciocínios sobre o assunto Potência e suas Propriedades com apelidos, gestos e músicas. Para essas criações a autora deste trabalho se utilizou das formas de aprendizagem “Estilos”, descritas por Gomez e Terán (2009, p.81),

> Cada um de nós apóia-se em diferentes sentidos para captar e organizar a informação, para aproximar-nos dos objetos de conhecimento:- chamamos a isso Estilos de aprendizagem.

A abordagem proposta por esses autores Gomez e Terán (2009, p.82, 83) é apresentada no diagrama abaixo e descrita a seguir:



O **Estilo Visual** refere-se a pessoas que aprendem por meio da observação e podem ter dificuldade para recordar instruções e mensagens verbais. Para essas pessoas é importante ver a expressão facial e linguagem corporal de quem fala. O **Estilo Auditivo** refere-se às pessoas que aprendem melhor quando recebem a informação oralmente e quando podem falar e explicar essas informações para outra pessoa. E, o **Estilo Cinestésico** refere-se às pessoas que aprendem por meio de atividades físicas, quando fazem coisas por meio do movimento e da manipulação física.

A forma como a autora deste trabalho conduz, com os alunos da turma C, as propriedades das potências, tanto na aula quanto na revista “Matemática Bacaninha” – que muitas vezes parecem brincadeiras – tem o objetivo de fazer com que os “apelidos” das propriedades tornem esse conhecimento mais próximo do aluno e que faça parte das coisas que lhes são comuns. Porém, houve cuidado para que os estilos “apelidos” estivessem vinculados a essas propriedades indicando o que fazer em determinado cálculo.

Essas associações trazem uma maior memorização, pois se caracteriza para o adolescente como uma forma divertida de aprender. As descobertas do russo Ivan Pavlov (1846-1936), em Iziquierdo (2007, p.38), ilustram essa associação. Para Pavlov, as memórias são formadas pela associação de estímulos inicialmente neutros (estímulos condicionados) com outros biologicamente significativos (estímulos incondicionados).

Conforme as neurociências e a teoria Psico-Genética de Piaget apresentadas no referencial teórico deste trabalho, a aprendizagem acontece na mente do educando gradativamente. Se houve uma lacuna no conhecimento do aluno, provavelmente houve uma interrupção nesse processo ou o tempo foi insuficiente para estruturação necessária e dificultou a memória de longo prazo.

Segundo Mora (2007), na adolescência (a partir dos doze anos) o aluno já chegou à conclusão de que o que ele aprende na escola é importante para o seu desenvolvimento na sociedade, e tende a repelir as matérias em que não descobre uma utilidade prática. Assim, perguntar para que isso serve? É comum nessa fase e cabe ao professor dar ênfase ao seu trabalho despertando no aluno o interesse que cada matéria contém. A autora (2007, p.421) destaca: “Uma vez aceso esse interesse, eles exigirão uma informação que vá ao fundo dos temas e ponha a descoberto todos os seus aspectos e implicações”.

Na turma B, trabalhou-se metodologia diferente da turma C. Foram utilizados outros recursos didáticos para sua efetivação, como: texto para enfatizar uma situação problema, trazido pela professora, para a contextualização do assunto, tabela associada a dobraduras em folhas de papel indicando potências, trabalho em grupo, trabalho individual com plantão de atendimento[7].

O quadro 2, a seguir, apresenta os conteúdos “Potências e suas Propriedades” e os objetivos em relação ao assunto aplicado nas turmas B e C.

Conteúdo	Objetivos	Carga Horária
1. Potência de um número real com expoente natural	• Rever conceitos e propriedades da potenciação com expoente natural, com base real.	10 aulas
2. Potência de um número real com expoente inteiro negativo.	• Rever conceitos e propriedades da potenciação com expoentes inteiros, com base real.	03 aulas
3. Transformando e simplificando uma expressão	• Calcular o valor de uma expressão numérica com potências de expoentes inteiros. • Aplicar as propriedades da potenciação. • Aplicar as propriedades da potenciação para simplificar uma expressão. • Utilizar a decomposição em fatores primos, as definições e as propriedades de potências para representar números. • Usar essas transformações para simplificar uma expressão.	07 aulas

Quadro 2 – Conteúdos e objetivos específicos para o assunto: potências e suas propriedades.
Fonte: Giovanni; Castricci; Giovanni Jr (2007, p.26).

[7] Quando o professor se coloca à disposição do aluno para responder qualquer tipo de perguntas, durante a aula.

Para aprofundar conhecimento sobre as propriedades fundamentais da potenciação, é importante dar ao aluno uma visão global do assunto. Espera-se que durante o estudo ele seja capaz de generalizar, ampliar e desenvolver o raciocínio dedutivo. Devem ser proporcionadas situações em que o aluno possa tomar decisões, confrontar resultados e discutir ideias. Segundo Giovanni et al (2007, p.26), é importante, nessa fase, valorizar os diferentes raciocínios apresentados nas situações-problema.

TURMA B – Aula para introduzir a potência de um número real com expoente natural

O assunto Potência de um número real com expoente natural foi desenvolvido em 10 (dez) aulas de 50 minutos cada uma. Na turma B, iniciou-se pelo assunto Potenciação de números reais.

Primeiramente, a professora colocou o nome do filme *A corrente do Bem,* no quadro negro e iniciou com uma serie de perguntas: *"Quem já assistiu a esse filme?"; "Sobre o que ele fala?"; "Quem é o diretor?"; "Quem pode fazer um breve resumo da história".*

Uns alunos se posicionaram dizendo que já haviam assistido ao filme, mas que não se lembravam da história. Outros, responderam que não haviam assistido. Então, a professora entregou para cada aluno (a) um texto, em folha de papel A_4, com um resumo da história do filme *A corrente do Bem*[8]*,* retirada do livro Matemática: 8S/9ª Ensino Fundamental 2: Livro 1/ Maria Cristina Ponciano de Lima, Marilene Túrbia de Rezende Tinano – Belo Horizonte: Editora Educacional (2008. p.134), e solicitou que fizessem a leitura silenciosa do texto objetivando aproximar o conteúdo à vida do aluno e que, de certa forma, desse sentido e significado para os alunos. Isso significa dizer que os alunos devem compreender o sentido do que lhes é proposto com base na sua experiência passada. Entre as duas condições: sentido e significado, o segundo parece ter maior relevância quanto à capacidade de

---

[8] *A CORRENTE DO BEM,* [produção de Steven Reuther, Peter Abrams e Robert Levy. Dirigido por Mimi Leder, USA: Videolar S/A, 2000, DVD, (124 min): DVD].

retenção. Todo assunto que possua sentido e significado ao aluno terá mais possibilidade de ser retido (FIORI, 2008; GÓMEZ; TERÁN, 2009).

Após a leitura silenciosa, a professora voltou a indagá-los para saber se eles haviam feito mentalmente as relações da história do filme com a vida real.

Todavia como os alunos se manifestaram dizendo que não tinham entendido a temática do filme, a professora precisou intervir fazendo um relado do filme. Começou dizendo que o filme conta a história de Alexandre, um menino que falou a sua mãe sobre um filme que havia assistido e, cuja ideia deveria ser aplicada, realmente, pelos homens. Nesse filme, o professor de Estudos Sociais propõe a uma turma de 7ª série que cada um crie um projeto que mude o mundo para melhor. Trevor, um aluno dessa turma, propôs que fosse formada uma corrente de generosidade na sociedade. Com esse objetivo, ele teve a seguinte idéia de criar uma reação de bondade em cadeia. Ele faria uma coisa boa a três pessoas e pediria que elas passassem a bondade para frente fazendo, cada uma, algo de bom para outras três pessoas, sempre com a recomendação de que cada uma delas fizesse o mesmo com outras três e, assim, sucessivamente. Então, a mãe de Alexandre quis saber como essa ideia se propagaria em cinco semanas caso ela fosse posta em prática e cumprida pelas pessoas em uma semana.

Para lhe mostrar isso, Alexandre montou o seguinte quadro, apresentada no quadro 3.

Semana	**Número de pessoas beneficiadas na forma de multiplicação**	**Resultado da multiplicação**
1ª	3	3
2ª	3x3	9
3ª	3x3x3	27
4ª	3x3x3x3	81
5ª	3x3x3x3x3	243
	Total	363

Quadro 3 – Dados obtidos pelo aluno em cinco semanas.
Fonte: Ponciano; Tinano (2008, p. 134).

A professora pesquisadora apresentou o quadro aos seus alunos e pediu que observassem que para fazer o cálculo de pessoas beneficiadas por semana, Trevor se utilizou multiplicação de fatores iguais. Uma multiplicação de fatores iguais pode ser escrita na forma de potenciação. Para calcular o valor de uma potência multiplicamos a base por ela mesma quantas vezes o expoente indicar. Sua representação é: $2^5 = 2.2.2.2.2=32$, onde 2 é a base da potência e o número 5, o expoente.

Em seguida a professora pesquisadora propôs aos alunos algumas atividades relacionadas com o assunto. As quais estão descritas abaixo.

Atividades propostas aos alunos da turma B

1) Escreva a multiplicação que Alexandre fez na quinta semana do quadro feito, em forma de potência. Depois, escreva como se lê essa potência e calcule seu valor.
2) Os termos de uma potenciação recebem nomes especiais. Identifique na potenciação que você escreveu no item base, o expoente e a potência.

Após a leitura do texto e do quadro foi proposto aos alunos que junto da professora construíssem, no quadro negro, uma tabela com os dados referentes às 5 (cinco) semanas propostas por Alexandre transformando as multiplicações apresentadas em potências. O objetivo da confecção do quadro era fazê-los perceber que a multiplicação de fatores iguais pode ser escrita na forma de potência.

Embora, nessa turma, o objetivo não fosse trabalhar com os pressupostos da neurociência, a professora pesquisadora, ao apresentar esse texto, assim como as dobraduras, intencionou fazer a passagem da ação para a abstração. Por essa razão, não apenas apresenta os conteúdos de forma sistemática, mas contextualiza-os, levou em consideração o papel da ação como ponto de partida para as operações. Assim descritas por Piaget (1964):

> As ações constituem o ponto de partida das futuras operações da inteligência. A operação é assim, uma ação interiorizada, que se torna reversível e que se coordena com outras, em estruturas operatórias de conjunto. (PIAGET, 1964, p. 74).

O que se observou nas respostas dos alunos foi o que Piaget (1964), descreve como operação formal, isto é, as operações já passaram da etapa nominada *concreta*, e estão na subsequente, denominada por ele de *formal* que acontece somente depois dos 11-12 anos. Durante a aplicação, dessa atividade, percebeu-se que alguns alunos apresentaram dificuldades para realizarem a passagem da ação para a formalização.

Então, em cada linha do quadro 3, apresentado acima, foi pedido para que os alunos escrevessem os números na forma de potências.

Nessa ocasião, também, foram apresentadas mais duas atividades, sendo elas:

1ª. Interpretação dos dados referentes ao problema.

2ª. Identificação dos termos de uma potenciação.

Na continuidade das atividades com os alunos para a concretização da definição de potência, foi distribuída uma folha colorida de papel A_4 para trabalhar com a ideia de potência por meio de dobraduras do papel – atividade sugerida no livro didático.

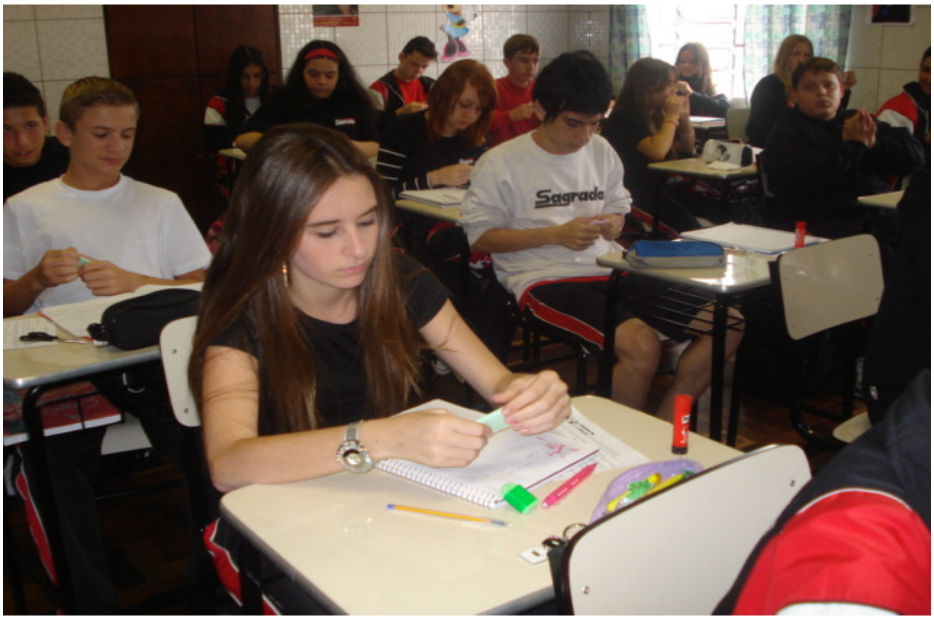


Figura 9 – Desenvolvimento da atividade: Potência por meio da dobradura da folha de papel A_4.
Fonte: Autoria própria.

Orientados pela professora, foi realizada a construção de um quadro correspondente ao número de dobras no caderno do aluno. A seguir apresenta-se o quadro feito pelos alunos para explicar o processo de potenciação.

Modelo de quadro construído pelos alunos:

Número de dobras ao meio	Nº de partes de mesmo tamanho obtidas	Potência de ?
1	2	
2	4	
3	8	
4	16	

Quadro 4 – Potências obtidas pelo número de dobras do papel.
Fonte: adaptado de Giovani et al (2007, p. 31).

O próximo passo foi a explicação de que ao se fazer a primeira dobra se obtém 2 partes marcadas no papel, fazendo a próxima dobra ao meio, obtém-se 4 partes e, assim, por diante até a quarta dobra, sempre anotando as partes que ficaram marcadas no papel. Em seguida, os alunos foram questionados sobre qual seria a base da potência.

Um aluno respondeu:

"Base 2, porque dobramos ao meio cada vez, professora!".

A seguir apresenta-se o quadro representativo do processo de potenciação, construído pelos por meio da dobradura.

Modelo de quadro construído pelos alunos:

Número de dobras ao meio	Nº de partes de mesmo tamanho obtidas	Potência de 2
1	2	2^1
2	4	2^2
3	8	2^3
4	16	2^4

Quadro 5 – Potências obtidas pelo número de dobras do papel.
Fonte: adaptado de Giovani et al (2007, p. 31).

A figura 10 apresenta um aluno da 8ª série B, com a dobradura pronta.

Figura 10 -– Desenvolvimento da atividade: Potência por meio da dobradura da folha de papel A_4.
Fonte: Autoria própria.

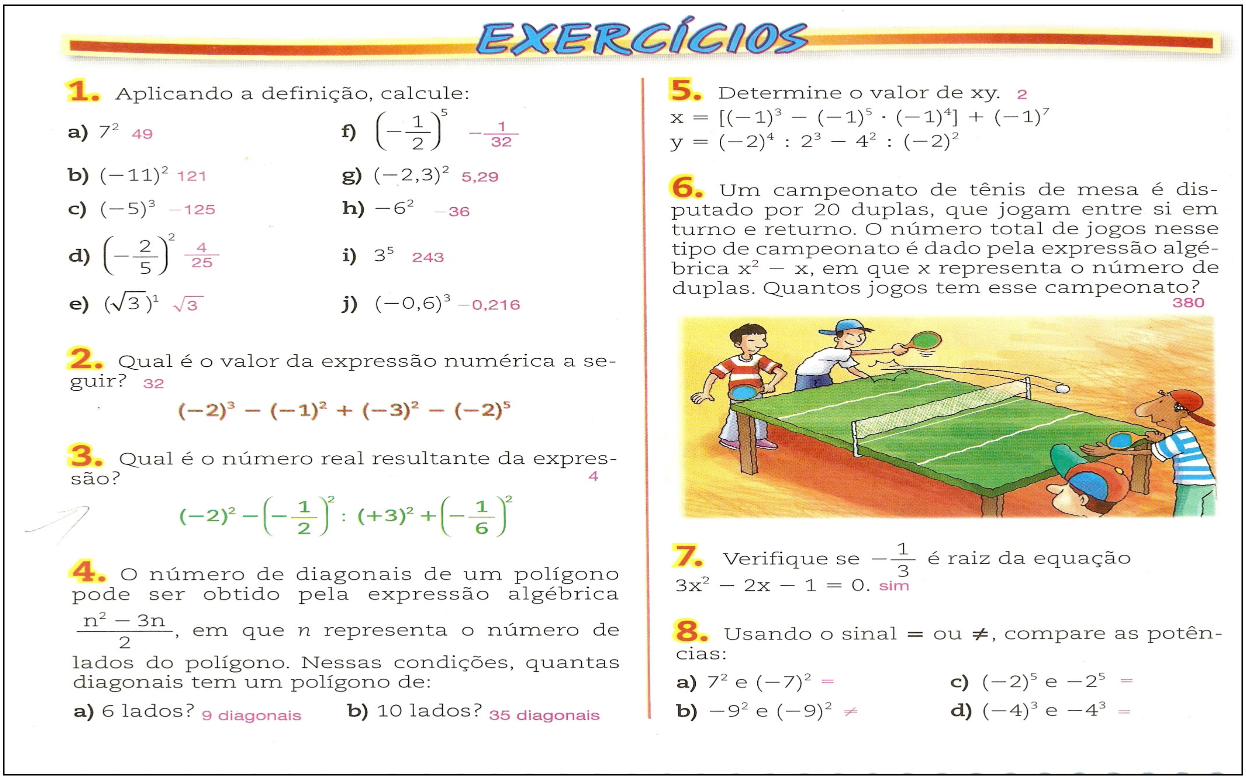
Essa “contextualização” por meio da dobradura vem ao encontro com as aspirações para o ensino da matemática expostas nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), dando ênfase à maneira do professor conduzir a aprendizagem matemática que pode interferir positivamente na vida do aluno.

As palavras encontradas em Brasil (1998, p. 79), conferem essa abordagem: “é preciso que a Matemática esteja ancorada em contextos sociais que mostrem claramente as relações existentes entre conhecimento matemático e trabalho”.

No entanto, entende-se que apenas essa contextualização é insuficiente para dar sustentação ao conceito de Potência na memória de longa duração do aluno. É preciso ir além, os quadros construídos pelos alunos deram início ao processo de instrumentalização, mas apenas o início.

Justifica-se que essa forma de pensar encontra respaldo na neurociência. Em Iziquierdo (2007), encontra-se: “É evidente que se a consolidação das memórias de longa duração baseia-se em alterações sinápticas, a aquisição das mesmas deve depender do uso dessas mesmas sinapses”. (IZIQUIERDO, 2007, p. 85).

Para que sinapses pudessem acontecer foram aplicados os exercícios: 1, 2 e 3 do livro didático “A Conquista da Matemática”, de (GIOVANNI et al, 2007, p.32), ressaltando aos alunos que lessem os enunciados com atenção e destacassem as palavras chave dos problemas para utilizar as capacidades de interpretação de textos, concentração e habilidade com a simbologia matemática. A figura 11 apresenta os exercícios propostos, anexo B.



EXERCÍCIOS

1. Aplicando a definição, calcule:

a) 7^2 49
b) $(-11)^2$ 121
c) $(-5)^3$ −125
d) $\left(-\frac{2}{5}\right)^2$ $\frac{4}{25}$
e) $(\sqrt{3})^1$ $\sqrt{3}$
f) $\left(-\frac{1}{2}\right)^5$ $-\frac{1}{32}$
g) $(-2,3)^2$ 5,29
h) -6^2 −36
i) 3^5 243
j) $(-0,6)^3$ −0,216

2. Qual é o valor da expressão numérica a seguir? 32

$$(-2)^3 - (-1)^2 + (-3)^2 - (-2)^5$$

3. Qual é o número real resultante da expressão? 4

$$(-2)^2 - \left(-\frac{1}{2}\right)^2 : (+3)^2 + \left(-\frac{1}{6}\right)^2$$

4. O número de diagonais de um polígono pode ser obtido pela expressão algébrica $\frac{n^2 - 3n}{2}$, em que n representa o número de lados do polígono. Nessas condições, quantas diagonais tem um polígono de:

a) 6 lados? 9 diagonais
b) 10 lados? 35 diagonais

5. Determine o valor de xy. 2
$x = [(-1)^3 - (-1)^5 \cdot (-1)^4] + (-1)^7$
$y = (-2)^4 : 2^3 - 4^2 : (-2)^2$

6. Um campeonato de tênis de mesa é disputado por 20 duplas, que jogam entre si em turno e returno. O número total de jogos nesse tipo de campeonato é dado pela expressão algébrica $x^2 - x$, em que x representa o número de duplas. Quantos jogos tem esse campeonato? 380

7. Verifique se $-\frac{1}{3}$ é raiz da equação $3x^2 - 2x - 1 = 0$. sim

8. Usando o sinal = ou ≠, compare as potências:

a) 7^2 e $(-7)^2$ =
b) -9^2 e $(-9)^2$ ≠
c) $(-2)^5$ e -2^5 =
d) $(-4)^3$ e -4^3 =

Figura 11 – Exercícios propostos para os alunos.
Fonte: Giovani et al (2007, p. 32).

No decorrer dessas atividades, a professora questionou os alunos sobre a noção que eles tinham de diagonais de um polígono e logo percebeu que era interessante para a maioria rever esse conceito. A necessidade de resgatar o conhecimento anterior do aluno é fundamental para que, a partir dele, aconteça a reorganização desse conhecimento nas estruturas de aprendizagem de cada um.

Em Piaget (1964), tem-se:

> Mas as operações não são apenas ações interiorizadas. Para que haja operações, é preciso, além disso, que estas ações se tornem reversíveis e se coordenem em estruturas de conjunto exprimíveis em termos gerais de álgebra: ‘agrupamentos’, ‘grupos’, *lattices,* etc.(PIAGET, 1964, p.77).

Para a condução da ação a essas estruturas de conjuntos expressas pela álgebra sobre as diagonais de polígonos, a professora perguntou aos alunos se lembravam da diagonal de um polígono. Alguns alunos lembravam, então desenhou no quadro negro, um quadrado e pediu que um deles viesse até o quadro para marcar as diagonais na figura. Logo um menino levantou e com facilidade marcou. Em seguida, a professora repassou o conceito de diagonal e questionou seus alunos da possibilidade de calcular o número de diagonais de um polígono com maior número de lados. Sugeriu o pentágono sugerindo que desenhassem a figura em seus cadernos e traçassem suas diagonais. Novamente trouxe ao quadro negro um aluno, o que terminou primeiro em seu caderno, para que desenhasse no quadro enquanto atendia outros alunos que apresentavam dificuldades em desenhar a figura, ou em traçar as diagonais.

Ao contar o número de diagonais traçadas na figura no quadro negro, perguntou a seus alunos: e se fosse um polígono com maior número de lados, como por exemplo, um icoságono (20 lados) seria fácil traçar e contar o número de diagonais? Um aluno respondeu: Existe uma fórmula professora que calcula as diagonais e facilmente falou: $d = \frac{n^2 - 3n}{2}$, eu aprendi o ano passado.

A professora parabenizou seu aluno e disse que esta fórmula poderia ser aplicada para o cálculo do número de diagonais em todos os polígonos. Dessa maneira, utilizou-a para os polígonos do quadro negro, quadrado (n = 4) e pentágono (n = 5).

Foi, então, proposto aos alunos que construíssem um hexágono e as suas diagonais conferindo se o número de diagonais era o valor encontrado pela expressão. Essa proposta se justifica nas palavras de Gomez e Téran (2009, p.180), quando dizem que “As manipulações físicas são internalizadas e se generalizam e, a partir disso os conceitos são formados”.

Pelas palavras das autoras, a sala de aula deve constituir-se em um ambiente tranquilo e amigável onde todos interagem, isso significa dizer que o bom relacionamento entre o professor e o aluno pode contribuir muito para a aprendizagem. Concorda-se com os aspectos apresentados por Mora (2009), sobre uma sala de aula aberta ao diálogo:

> Que nela todos possam expressar-se, fazer-se compreender, escutar e deixar que o outro se expresse. Defender um ponto de vista, trabalhar em equipe, compartilhar a tarefa, organizar e animar a vida de um grupo, tomar decisões em conjunto, interessar-se pelos problemas de todos procurando a solução, comprometer-se com a tarefa, assumir responsabilidades, ser protagonista do processo de auto-sócio-construção do conhecimento. (MORA, 2009, p. 447).

O trabalho do professor é relevante para uma sala de aula interativa. Seu papel de mediador e, sobretudo, de motivador da aprendizagem pode ser conquistado nos dois primeiros meses de convívio com os alunos e depois ser bem administrado. É importante ressaltar que na escola, a primeira função das pessoas que ali estão é a do comprometimento com o crescimento em todos os aspectos do desenvolvimento do potencial de cada um e do coletivo.

O aluno é perspicaz, ele percebe quando o ambiente lhe é favorável e respeita as normas estabelecidas pelo grupo. Para entender suas aspirações e perceber como eles estão se sentindo em relação ao trabalho realizado é importante que o professor esteja aberto para avaliação vinda dos próprios alunos, assim como sua própria auto-avaliação. Acredita-se que a maneira mais fácil de conseguir que eles expressem o que realmente sentem é deixar que façam suas observações sem que necessitem de identificação. Deve-se ter maturidade para tal, pois respostas adversas também podem surgir, uma vez que as críticas devem ser levadas em conta em função do crescimento pessoal e profissional, pois o aprendizado se faz em uma via de mão dupla, professor-aluno e vice-versa.

Na sequência do assunto Potência de um número real, foram apresentadas as regras de potenciação para expoente zero, expoente um, base negativa elevada a expoente par e expoente ímpar, potência de base fracionária, potência de base decimal. Exemplificando caso a caso no quadro negro. Essa forma de abordar o assunto é importante para o aluno, a linguagem expressa pelo professor apresenta-se mais simples do que a encontrada em seu livro didático. O aluno é acostumado em seu dia a dia a utilizar-se de diversas formas para aguçar os sentidos e soa muito bem para a escola mostrar-se atenta a isto e utilizar-se de recursos áudio-visuais quando conveniente. Mora (2009) sugere aos professores: “Fomentar a interação com fontes de informação (gráficas, audiovisuais, testemunhais)”. (MORA, 2009, p.447).

Em seguida a professora perguntou aos alunos o que eles entendiam por números reais. Logo, percebeu que apenas dois alunos lembravam-se disso. Continuou a questioná-los sobre os conjuntos numéricos que fazem parte do conjunto dos números reais.

Ao perceber que havia muita confusão no raciocínio dos alunos, passou a explicar e dar exemplos dos conjuntos numéricos (dispostos abaixo), associando-os a história da matemática relacionada a cada conjunto. Ressaltou que na matemática os conhecimentos existentes hoje foram acrescentados ao longo do tempo e, por essa razão não é uma ciência pronta e acabada.

A seguir apresentam-se alguns exemplos colocados no quadro negro pela professora sobre os conjuntos numéricos.

N: representação do conjunto dos números naturais; N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6,...}
Z: representação do conjunto dos números inteiros; Z = {... -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3...}
Q: representação do conjunto dos números racionais; Q = {$\frac{a}{b}$ $com\ b \neq 0$; 0,333...; 0,25}. Essa representação quer dizer: frações, dízimas periódicas, números decimais exatos.
I: representação do conjunto dos números irracionais; I = {$\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{7}$, 0,52325643...}. Essa representação quer dizer: raízes inexatas e dízimas não periódicas (que são decimais infinitos).
R: representação do conjunto dos números reais. R = Q U I, quer dizer que os números reais são formados pela união dos números racionais com os irracionais.

Na educação não existem milagres, todavia de acordo com Gomes e Terán, (2009, p. 254) “para que qualquer aprendizagem seja possível é necessário que o sujeito que aprende queira aprender”. Os professores que queiram ensinar, assim coloquem sua criatividade a serviço de sua escolha profissional.

Outra atividade proposta aos alunos da turma B, foi como utilizar a calculadora para resolver potência.

Inicialmente a professora fez uma investigação do tipo de calculadora que o aluno trouxe para verificar se eram científicas ou não. A maioria dos alunos trouxe calculadora simples. Então, utilizou uma calculadora com dígitos grandes para que todos os alunos pudessem enxergar as operações, e fez as potências da forma mais simples através da multiplicação sucessiva entre os dois primeiros fatores e logo teclou o sinal de igual. Isso chamou a atenção dos alunos que perguntaram: *“Mas como a senhora obteve tão rapidamente esses resultados?”.*

Explicou que para fazer 2^{10}, primeiro multiplica-se o 2 x 2 =, a partir da primeira resposta foi teclando o sinal de igual apenas e obtendo os resultados, contando mentalmente a quantidade de vezes que estava multiplicando. Alguns alunos já tinham feito essa experiência, mas não a maioria. Para muitos foi uma surpresa.

Dando continuidade a esse raciocínio, pediu que fizessem 3^{10}.

A figura abaixo, retirada do livro didático do aluno explica esse procedimento.

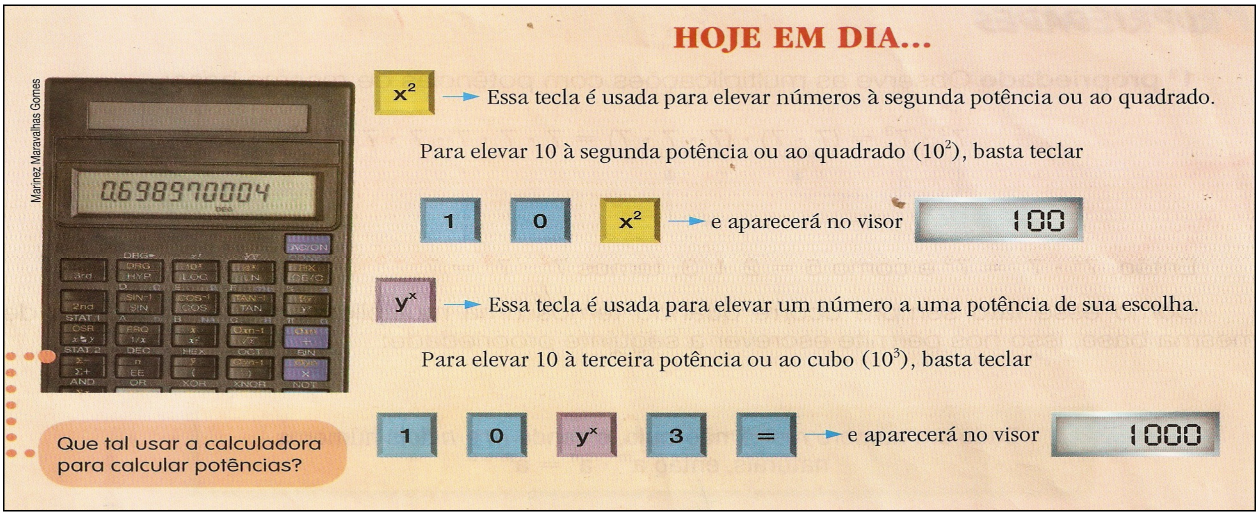


Figura 12 – O uso da calculadora.
Fonte: Giovanni et al (2007, p. 32).

Quanto mais os alunos fizerem cálculos básicos, mais estarão favorecendo o raciocínio e a agilidade mental e como consequência realizando sinapses, expandindo capacidades, já explicadas no segundo capítulo deste trabalho. A esse respeito refere-se Kumon (1995, p. 40):

> O equívoco começa já com a pressuposição de que “cálculo” e “raciocínio” podem ser tomados separadamente. A matemática como todos sabem, exige capacidade de raciocínio. Mas o aluno não pode simplesmente raciocinar matematicamente sem estar preparado para essa operação intelectual. O cálculo está na base do raciocínio e, se o aluno não souber calcular com facilidade, não saberá resolver problemas matemáticos complexos, que exigem raciocínio e operações lógicas.

Porém, deve-se admitir que a utilização da calculadora em situações matemáticas de maior complexidade é imprescindível. Sugere-se, inclusive, um capítulo à parte na disciplina de matemática para ensinar sua operalização no Ensino Médio.

Operar com potências na calculadora favorece esse aspecto: pensar em prepará-lo para o futuro. Acredita-se que esta tecnologia é um poderoso recurso se utilizada no momento certo, caso contrário poderá alienar o aluno se ele se utilizar dela para as operações fundamentais como: adição, subtração, multiplicação e divisão, no Ensino Fundamental, pois é nesta fase da vida que ele mais precisa exercitar sua mente para desenvolver-se. Isto seria roubar-lhe o exercício dessa capacidade e o acostumá-lo na dependência.

Por vezes, a escola peca e se esquece de que esse aluno será inserido no mercado de trabalho e uma vez que precise resolver situações elementares, como uma soma de mercadorias, acaba por não saber fazê-la sem o auxílio da calculadora.

Propriedade das Potências com Expoente Natural

Para introduzir as propriedades das potências na turma B a professora seguiu a sequência e a forma de explicar de acordo com as orientações do livro didático. Acredita-se dessa forma não apresentar novidades ao leitor, no entanto, durante a condução do assunto a autora comenta aspectos ligados à cognição mostrando a importância da repetição para se chegar à internalização.

Assim, colocou no quadro negro a seguinte expressão:

$$3^2.3^5 3 = ?$$

E, questionou: *"Como você resolveria esta expressão?"*

Houve diversidade de respostas. Alguns desdobraram cada potência e contaram o número de bases iguais (3^2 = 3x3, 3^5= 3x3x3x3x3, 3^1=3). Outros repetiram a mesma base e somaram os expoentes. A professora explicou que essa forma é mais rápida e fácil e sempre que houvesse a mesma situação poderiam proceder assim.

A esse procedimento dá-se o nome de *propriedade*. Os objetivos dessa atividade a serem alcançados com seus alunos sobre esse assunto foram:

- Fazer os alunos perceberem que as propriedades facilitam os cálculos.
- Diagnosticar o conhecimento do aluno sobre Potências e suas Propriedades trabalhadas na 5ª série.
- Ampliar os conhecimentos advindos da 5ª série sobre esse assunto e introduzir novos conhecimentos.

Ao explicar a primeira propriedade: "Produto de potência de mesma base", a professora considera que a reflexão sobre os passos dados em cada resolução devem ser acompanhados pelos alunos com atenção e participação. Assim, questionou-os sobre o que aconteceu com os expoentes nessa propriedade.

$$3^2.3^4.3^{12} = 3^{2+4+12} = 3^{18} \quad e \quad a^2.a^4.a^{21} = a^{2+4+21} = a^{27}$$

Percebeu-se que os alunos estavam motivados e a regra foi estabelecida facilmente descrita a seguir com suas palavras: "*A base ficou a mesma, mas os expoentes foram somados".* Aproveitando o raciocínio a professora questionou-os novamente os alunos: *"E se os expoentes forem números inteiros negativos?"*

$$2^2.2^{-5} = 2^{2+(-5)} = 2^{2-5} = 2^{-3}$$

Quando a professora mencionou expoente inteiro negativo, percebeu na expressão facial dos alunos que era necessário relembrarem a adição algébrica de números inteiros. Achou prudente relembrar também o termo adição algébrica e o conjunto dos números inteiros. O relembrar na opinião da autora deste trabalho é relevante, pois sempre haverá alunos que esqueceram o conteúdo referido.

E segundo o referencial teórico deste trabalho, no capítulo 2, a memória é efetivada quando se dá sete *spans* de memória.

Dando continuidade ao assunto, a professora revê o conjunto dos números inteiros, com seus alunos:

Z: representação do conjunto dos números inteiros;

Z = {... -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3...}.

A professora explicou, ainda, a regra de sinais para a adição algébrica:

→ sinais iguais {soma os valores e conserva o mesmo sinal}.
→ sinais diferentes {diminui e dá o sinal do maior}.

Sugeriu que observassem o exemplo a seguir sobre adição algébrica de números inteiros, que podem acontecer explicando que poderia acontecer o mesmo raciocínio nos expoentes de expressões com a mesma base:

$$\begin{aligned} & -2+7-4+1= \\ & -2-4+7+1= \\ & -6+10= \\ & +4 \end{aligned}$$

A professora lançou esses desafios para que fizessem em seus cadernos, deixando claro que seriam aplicados a seguir:

$$\begin{aligned} & \text{a) } -5-3-4= \\ & \text{b) } -8+(-14)+(-23)= \\ & \text{c) } 19+25-(-17)= \end{aligned}$$

Na segunda propriedade "Divisão de potência de mesma base", as bases passaram a se dividir e da mesma forma que na primeira propriedade, foi pedido que observassem o que aconteceu com os expoentes nos exemplos:

$$a)\,3^5 : 3^2 = 3^3$$

$$\begin{aligned} & b)\, a^3 : a^4 = \\ & a^{3-(+4)} = \\ & a^{3-4} = \\ & a^{-1} \end{aligned}$$

Os alunos logo perceberam e puderam estabelecer a regra para essa propriedade: "*Repete a base e diminui os expoentes, professora",* disse o aluno B. Todavia para a melhor compreensão do aluno sobre a divisão de potências de mesma base, a professora utilizou-se da representação de divisão na forma fracionária, fazendo a seguir considerações pertinentes ao assunto:

$$a^5 : a^3 = \frac{a^5}{a^3} = \frac{aa.a.a.a}{a.a.a} = a^2 \quad simplificando$$

a) Quando a base for representada por uma letra sempre aparecerá no exercício o símbolo $(x \neq 0)$, diferente de zero.
b) Se os expoentes forem números inteiros negativos a regra é a mesma, mas se faz necessário o uso dos parênteses, como no exemplo:

$$x^{-5} : x^{-7} = x^{-5-(-7)} = x^{-5+7} = x^2$$

O momento seguinte foi de aplicação dessas propriedades nos exercícios: 1 e 3, do livro didático na página 36, apresentados no anexo 1 deste trabalho.

A professora entende que o assunto Potências e suas propriedades é básico – estruturante – sendo assim, em sua interpretação, torna-se necessário para a aprendizagem do aluno um momento de introspecção, ou seja, dele encontrar-se com a linguagem matemática por meio de exercícios e dos questionamentos que cada enunciado propõem. Ao mesmo tempo em que os exercícios favorecem o contato com as novas regras, estabelecem uma relação desse novo conteúdo com os conteúdos guardados na memória de longa duração, proporcionando cada vez mais a interação e a ampliação do raciocínio lógico.

Estabeleceu-se com seus alunos um acordo didático, fazendo-os compreender que o momento exigia silêncio e concentração. Ao mesmo tempo colocou-se à disposição para esclarecer suas possíveis dúvidas.

A idade desses alunos está em torno dos 13 e 14 anos e, segundo Mora (2008, p.406, 447), “podemos situar entre os treze e catorze anos o momento talvez mais representativo quanto ao aparecimento dos primeiros traços que correspondem à adolescência propriamente dita”. Essa autora explica também que essa fase é de muitos conflitos e que esses são normais dentro do processo evolutivo do indivíduo. No entanto, essa normalidade não evita que passem por incertezas e ansiedades. Tornando-se normal os repentes de emotividade e as crises internas, acompanhadas pelas alterações hormonais e fisiológicas da idade que incidem sobre o desenvolvimento intelectual.

A sugestão de Mora (2008), é que pais e professores levem em consideração esse período para analisarem os progressos cognitivos do adolescente. Alunos que antes eram excelentes e passaram as etapas anteriores com um desempenho ótimo de inteligência entram repentinamente em uma fase de desarrumação e retrocesso. Nessa fase, acontece a dificuldade de compreensão e de concentração em sala de aula, o mesmo acontece com as tarefas. No entanto, há alternância com períodos em que parecem recuperar de maneira súbita a capacidade e o rendimento que lhes eram próprios. Mora (2008, p.447) enfatiza que "é uma espécie de desfalecimento intelectual".

No entanto, esses fatores não podem intimidar a ação dos professores, ao contrário, devem assegurar-lhes uma postura firme para essa caminhada tendo em vista os objetivos a serem alcançados com os alunos. Esses objetivos devem constituir-se em fonte inspiradora para o profissional, mesmo que tenha motivos para também desanimar.

Então, mesmo que os alunos não gostem de fazer exercícios, em um primeiro momento, eles passam a gostar se o professor transformar a hora do exercício em sala de aula em um ambiente de calma, introspecção e trabalho. Cabe ao professor incentivar o aluno sobre a importância de fazer para aprender. Durante os 23 anos de trabalhos mencionados pela professora pesquisadora, ela escutou de seus alunos a seguinte expressão: *"Nossa! Já bateu o sinal! Que pena! Agora que eu estava adorando fazer os exercícios!".*

Quando o aluno começa a perceber que fazer exercícios é bom e estrutura o seu pensamento, as tarefas não se tornam um peso. Em Santos (2004), tem-se que:

> De acordo com Bolger (1981), o processamento eficiente da informação depende da habilidade para executar operações cognitivas automaticamente. Habilidades rudimentares como percepção, atenção e reconhecimento podem tornar-se automáticas antes que as funções superiores sejam recrutadas. Nessa abordagem, as tarefas são 'superaprendidas' *(overlearned)* pela repetição até que o domínio delas seja alcançado. (SANTOS, 2004, p.270).

São muitos os comentários positivos dos alunos em relação às resoluções de exercícios e da importância do apoio recebido da professora em casos de dificuldades.

A dedicação e a firmeza do professor mudam a postura do aluno, os acomodados passam a se dedicar mais e, gradativamente, apresentam melhoras no raciocínio e no desempenho escolar. Com esse intuito foram apresentados aos alunos os exercícios para a compreensão das propriedades até agora estudadas, contidos no anexo 2.

A seguir foi apresentada aos alunos a terceira propriedade Potência de Potência, no quadro negro, com os exemplos abaixo:

$$(3^3)^5 = 3^{15}$$
$$\left[(a^2)^3\right]^5 = a^{30}$$

Os alunos logo foram dizendo a regra dessa propriedade e escreveram em seus cadernos "repete-se a base e multiplica os expoentes".

A professora ressaltou que existiam dois casos para essa propriedade. Esse primeiro faz uso de parênteses, colchetes ou chaves, e o outro, não se utiliza desses símbolos matemáticos. Explicou-lhes a regra, deixando bem claro a diferença de procedimento com os expoentes.

Assim, lhes falou: *"Vejam detalhadamente o que acontece no exemplo: Observem que os números são os mesmos. E as respostas?".*

- Com o uso dos parênteses: $[(2^2)^3]^2 = 2^{12}$
- Sem o uso dos parênteses: $2^{2^{3^2}} = 2^{8^2} = 2^{64}$

Então, a professora explicou que *"a regra para a potência de potência sem o uso dos parênteses é simples, também repete a base e a primeira potência estará elevada ao valor da segunda, o resultado à outra e, assim por diante".*

Nesse caso, a professora percebeu pela expressão facial que os alunos acharam mais fácil a primeira regra, com o uso dos parênteses, por se tratar de uma simples multiplicação, pois, no outro caso, aplica-se a definição de potência sucessivamente.

Para finalizar as propriedades das potências a professora associou a terceira com a quarta propriedade fazendo as perguntas: "*E se dentro dos parênteses aparecessem duas bases e de valores diferentes? A regra seria a mesma?"*

$$(a.b)^5 = a^5.b^5$$

Ao colocar esse exemplo, percebeu que, para um melhor entendimento, as bases deveriam estar elevadas a outros expoentes além da unidade subentendida, como no exemplo abaixo:

$$\left(a^2.b^3\right)^2 = a^4.b^6 \quad com\ a \neq 0, b \neq 0$$

A professora explicou aos alunos dizendo:

"A base a está elevada ao quadrado, a base b está elevada ao cubo, ambas estão elevadas ao expoente fora dos parênteses, que é o dois. Então, pratico a potência de potência com parênteses, ou seja: multiplico o expoente 2 do a pelo 2 externo e o expoente 3 do b pelo expoente externo repetindo as bases".

E, como as propriedades das potências são aplicadas nas séries seguintes, tem-se por objetivo lançá-las na memória de longa duração dos alunos e para que isso aconteça é necessário repetições, não de forma mecânica como já ressaltou este estudo, no capítulo 2, mas que faça o aluno entrar em contato com o assunto se utilizando de sua capacidade de reflexão, análise e interpretação. Para mais tarde poder resgatar de sua memória raciocínios anteriores que o ajudarão a compor o novo desafio.

A seguir comentou sobre as expressões:

"são sentenças matemáticas (situações) onde você busca resolver cada potência na ordem em que ela se apresenta, obedecendo as operações entre elas, podendo se

utilizar de várias linhas, para depois integrar- juntar- as respostas na busca do resultado".

Apresentou o exemplo:

$$-(-3)^2 + (2^3.4^2)^2.2 =$$

No desenvolvimento desse exercício e de expressões parecidas, os alunos apresentaram dificuldade em saber se jogavam o sinal ou faziam o desenvolvimento da potência. Foi necessário retomar os conhecimentos sobre o uso dos parênteses, chaves e colchetes nas expressões. Percebeu-se claramente na prática de sala de aula a necessidade de retomar conteúdos prévios estruturantes, de estabelecer sua ligação com o novo. E o quanto à falta desses conteúdos na mente do aluno dificulta o seu desenvolvimento e o desenvolvimento da matéria.

Depois dos alunos terem feito e corrigido as expressões citadas, a professora, no próximo momento vivido com eles, colocou-os em grupos de três alunos e lançou desafios maiores.

"Qual é o número real resultante da expressão?"

$$(-2)^2 - \left(-\frac{1}{2}\right)^2 : (+3)^2 + \left(-\frac{1}{6}\right)^2$$

Ao acompanhar os grupos percebeu que a maior problemática discutida entre seus elementos estava na segunda linha da resolução: saber qual operação deveria ser resolvida por primeiro, se adição e subtração ou a divisão. A discussão foi interessante e quando consultada pelo grupo a professora incentivou que cada um resolvesse como estava pensando e comparassem os resultados obtidos. Como houve respostas diferentes, relembrou o que são: Parênteses, multiplicação e divisão, adição e subtração, assim eles priorizaram a divisão.

Potência de um número real com expoente negativo

Para trabalhar esse assunto foram utilizadas 3 (três) aulas. A introdução da potência de expoente negativo se deu pela observação de alguns exercícios resolvidos pelos alunos que resultaram em expoentes negativos como no caso:

$$2^3 : 2^4 = 2^{-1}$$

A professora perguntou se poderia ser expressa de outra forma, visto que sua representação na forma de fração indicava: $\frac{1}{2}$.

$$2^3 : 2^4 = \frac{2.2.2}{2.2.2.2} = \frac{1}{2}$$

Comparando as respostas temos:

$$2^{-1} = \frac{1}{2}$$

Procedendo da mesma forma com outros exemplos, mostrou para seus alunos:

$$3^{-1} = \frac{1}{3}; 5^{-1} = \frac{1}{5}$$

De modo geral estabelecemos:

Para todo número real a, com $a \neq 0,$ temos $a^{-1} = \frac{1}{a}$.

Concluindo que o expoente negativo sugere a inversão da base. Para consolidar esta ideia apresentou:

$$2^5 : 2^8 = \frac{2^5}{2^8} = \frac{2.2.2.2.2}{2.2.2.2.2.2.2.2} = \frac{1}{2^3} = \left(\frac{1}{2}\right)^3$$

Aplicando a propriedade do quociente de potências de mesma base temos:

$$2^5 : 2^8 = 2^{-3}$$

Comparando os resultados:

$$2^{-3} = \left(\frac{1}{2}\right)^3$$

Mostrou outra maneira de entender, pela construção e observação quadro:

Base	**Expoente**	**Potência**
2	3	$2^3=8$
2	2	$2^2=4$
2	1	$2^1=2$
2	0	$2^0=1$
2	-1	$2^{-1}=\frac{1}{2}$
2	-2	$2^{-2}=\frac{1}{4}$
2	-3	$2^{-3}=\frac{1}{8}$

Para compreender melhor cada linha da tabela à medida que foi sendo construída, foram apresentados os seguintes cálculos:

$$4=\frac{1}{2}de\,8$$
$$2=\frac{1}{2}de\,4$$
$$1=\frac{1}{2}de\,2$$
$$\frac{1}{2}=\frac{1}{2}de\,1$$
$$\frac{1}{4}=\frac{1}{2}de\,\frac{1}{2}$$
$$\frac{1}{8}=\frac{1}{2}de\,\frac{1}{4}$$

A seguir vieram aplicações desses conhecimentos, nos exercícios do livro didático, p. 42, dos números 1 ao 5.

Para fazer os números 4 e 5, foi trabalhado o seguinte raciocínio:

$a^{-n}=\dfrac{1}{a^n}$, pela propriedade simétrica da igualdade tem-se: $\dfrac{1}{a^n}=a^{-n}$

E relembrada a divisão de frações:

$$\frac{\frac{1}{2^3}}{\frac{1}{5^2}}=\frac{\frac{1}{8}}{\frac{1}{25}}=\frac{1}{8}\times\frac{25}{1}=\frac{25}{8}$$

Depois de feitos os exercícios e as correções as expressões a seguir foram explicadas aos alunos:

1) Determinar o valor da expressão:

$$3^{-1}+2^{-2}-(-4)^{-1}=$$

$$\frac{1}{3}+\left(\frac{1}{2}\right)^{2}-\left(\frac{-1}{4}\right)=$$

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=$$

$$\frac{4}{12}+\frac{3}{12}+\frac{3}{12}=$$

$$\frac{10}{12}=$$

$$\frac{5}{6}$$

2) Calcular o valor de $\left(9^{-1}+6^{-2}\right)^{-1}$.

3) Para $a \neq 0 \; e \; x \neq 0$, escreva a expressão $(2a^{3}x^{-1})^{-1}$ com expoentes positivos.

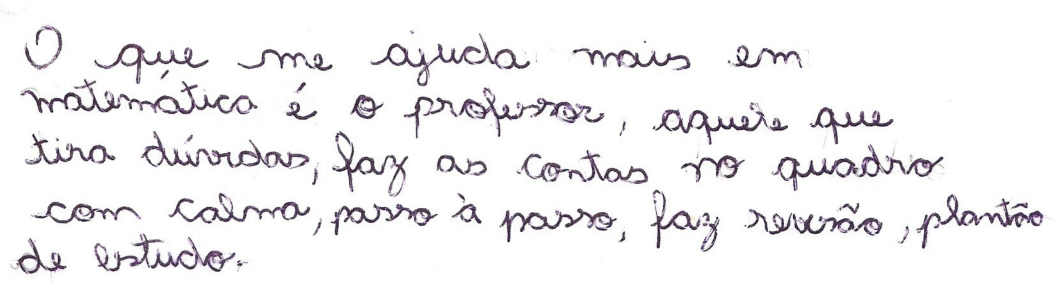
Dando continuidade à fixação desses conteúdos, foram feitos nos três próximos encontros os exercícios do 7 ao 13 da página 42 , em anexo C, na forma de plantão de atendimento. Essa metodologia utilizada pela professora e, assim, nominada por ela, consiste em proporcionar um ambiente tranquilo de trabalho onde cada aluno faz seus exercícios verificando seus resultados. No caso de erro, ele pode vir até a professora que estará à sua espera em um lugar destacado e diferenciado da sala de aula – para dar a impressão do novo – com um lugar para que o aluno sente-se, porque assim, a professora julga aproximar mais o aluno para que se sinta à vontade tanto com a professora quanto com a matemática.

Essa proximidade parece despertar no aluno uma maior liberdade em expor os seus erros, de perguntar suas dúvidas mais elementares, favorecendo o resgate dos conteúdos passados e necessários no raciocínio presente.

Dessa forma, todos os exercícios foram feitos e corrigidos gerando uma abordagem mais efetiva da matemática para o aluno. O parecer da autora deste trabalho quanto à variação na forma de conduzir a aprendizagem está de acordo com a ideia expressa por Carmo (2010), quanto esse afirma que um indivíduo pode se modificar a partir do contato com procedimentos planejados de ensino, assim explica:

> É possível planejar situações para que as pessoas se modifiquem. Não fosse isso possível, desmoronaria toda a educação. Não houvesse a possibilidade de elaborar procedimentos de intervenção no repertório dos indivíduos, não existiria o papel de professor e de educador. (CARMO, 2010, p.82)

Considera-se relevante para a aprendizagem, o planejamento do professor voltado ao que possa ser melhor para a aprendizagem do aluno em cada novo passo dado na aplicação do conteúdo. O parecer a seguir de um aluno, confirma a importância dessas colocações:



O que me ajuda mais em matemática é o professor, aquele que tira dúvidas, faz as contas no quadro com calma, passo à passo, faz revisão, plantão de estudo.

Figura 13 – Aluno referindo-se ao plantão de estudo.
Fonte: Autoria própria.

Propriedades das Potências com Expoentes Inteiros

A introdução dessas propriedades foi facilitada, pois as regras são as mesmas empregadas para os expoentes naturais. Foi enfatizado pela professora que os alunos ficassem atentos às adições algébricas e aos jogos de sinais nos expoentes. Assim exemplificou:

1) Para multiplicação de potências de mesma base:

$$5^2.5^{-6} = 5^{2+(-6)} = 5^{-4}$$
$$10^{-3}.10^{-2} = 10^{-3+(-2)} = 10^{-5}$$
$$2^n.2^3 = 2^{n+3}, sendo\ n\ um\ número\ \text{int}eiro.$$

2) Para a divisão de potências de mesma base:

$$10^3 : 10^{-2} = 10^{3-(-2)} = 10^{3+2} = 10^5$$

$$\frac{3^{n-2}}{3^{n+1}} = 3^{n-2-(n+1)} = 3^{n-2-n-1} = 3^{-3} \textit{ sendo n um número inteiro.}$$

3) Para potência de uma potência:

$$(5^{-1})^{-3} = 5^{(-1).(-3)} = 5^3$$

$$(10^x)^5 = 10^{x.5} = 10^{5x}, \textit{ sendo x um número inteiro.}$$

4) Para transformar potência de um produto em um produto de potências e potência de um quociente em um quociente de potências:

$$(2.5)^{-4} = 2^{-4}.5^{-4}$$

$$(x:5)^{-1} = x^{-1}.5^{-1}, \textit{ com } x \neq 0.$$

Para que o aluno trabalhasse com essas propriedades, foi realizado uma atividade em duplas, valorada da página 44, do livro didático, no anexo D. A confecção foi em sala de aula durante duas horas aulas.

Esse tipo de atividade na sala de aula tem uma função importante para o entendimento e a memorização do assunto. De maneira simples, Gomez e Terán (2009, p.254, 255) esclarece que a memória de curto prazo ou memória de trabalho é a memória ativada; a memória curta tem a capacidade limitada e pode ser substituída facilmente por uma nova informação. Pode guardar informações agrupadas e conceitos maiores, mas se não for utilizada ou trabalhada, essa memória rapidamente se desvanecerá por volta de quinze segundos.

A correção dos exercícios também é importante para o aluno, pois por meio desse trabalho pode esclarecer suas dúvidas, encontrar o próprio erro e torná-lo uma fonte de aprendizagem.

Embora ao se expressarem apresentem alguns erros de ortografia, sua essência reflete que os caminhos utilizados trazem benefícios e mudanças de hábitos de aprendizagem, tirando os traumas que possam ter acontecido pelos motivos descritos neste trabalho.

Os trechos, a seguir, escritos pelos alunos das turmas pesquisadas evidenciam o exposto:

O que mais me ajuda a aprender matemático é a prático, com os exercícios

Realizar cada vez exercícios mais difíceis, refazê-los, realizar anotações para que erros não ocorram novamente.

Neste ano eu notei uma vontade maior de estudar Matemática. As aulas e tarefas tornaram-se momentos prazerozos.

O que me ajuda mais é refazer os exercícios em casa, ou fazer a tarefa do que não entendi. Esse ano com a professora Bacaninha eu estou entendendo mais as matérias.

8)

Z) O que mais me ajuda a aprender matemática é fazer as tarefas, levando a sério, pois, se surgir dúvidas, pode perguntar ao professor no dia seguinte.

A matemática não aprende apenas estudando, más sim resolvendo exercícios, como eu, a partir do momento que eu comecei a resolver os exercícios, minhas notas aumentaram.

Figura 14 – Pareceres de alunos envolvidos na pesquisa.
Fonte: Autoria própria.

Transformando e simplificando uma expressão

Nessa etapa foram necessárias 07 (sete) aulas. Ao abordar esse assunto, mais uma vez a autora do trabalho constatou a necessidade de retomar os conteúdos prévios e como é relevante a lacuna deixada pelas séries anteriores. É importante ressaltar que os alunos do estabelecimento onde se deu o estágio, vieram de várias escolas, públicas e particulares.

A apresentação de expressões cujas bases das potências são números compostos e, assim, necessitando de serem transformadas em números primos, foi deixada para o final da unidade, por entender-se que é o momento propício para o aluno, pois já possui domínio sobre as propriedades.

No entanto, a professora resolveu desafiar seus alunos, passando a seguinte expressão no quadro e pedindo que a resposta fosse expressa em potência de base 2:

$$\frac{256.4^9}{8^7}$$

Enquanto os alunos resolviam passou pelas carteiras observando como estavam resolvendo. Logo, percebeu a aplicação da definição de potência e a confecção de muitos cálculos, que foram se complexificando e, muitos, pediram para a professora ver se estavam fazendo corretamente. Surpreenderam-se com os grandes valores encontrados.

Essa foi a oportunidade da professora voltar ao quadro e dizer que existe, sim, um caminho mais fácil. *"Vejam, se transformarmos as bases das potências em base 2, podemos aplicar as propriedades e rapidamente achar o resultado".*

"Vamos decompor o 256, em fatores primos", e passou no quadro o seguinte exemplo:

256	2
128	2
64	2
32	2
16	2
8	2
4	2
2	2
1	2^8

A professora chamou-lhes à atenção: "Vejam que o resultado obtido, 2^8".

Assim, orientou-os a se utilizarem dos parênteses para colocar as bases que já estavam elevadas a um expoente:

$$\frac{2^8.(2^2)^9}{(2^3)^7} =$$
$$\frac{2^8.2^{18}}{2^{21}} =$$
$$\frac{2^{26}}{2^{21}} =$$
$$2^5$$

Outro conhecimento importante para a transformação das expressões foi a conversão em base 10. Mais uma vez foi necessário revisar. Para essa transformação explicou:

$$1000000000 = 10^9$$
$$0{,}000001 = 10^{-6}$$
$$400 = 4.10^2$$
$$0{,}03 = 3.10^{-2}$$

A seguir explicou a expressões de base 10, no exemplo abaixo, e pediu-lhes que em seguida fizessem exercícios do livro didático da página 46, em anexo E.

$$\frac{12.10^{-3}.10^{-4}.10^9}{3.10^{-1}.10^4} =$$
$$\frac{12.10^{-2}}{3.10^3} =$$
$$4.10^{-1} =$$
$$4.\frac{1}{10} =$$
$$\frac{4}{10}\ ou\ 0{,}4.$$

A confecção desses exercícios levou duas horas aulas, a professora deixou que seus alunos escolhessem a metodologia de resolução. Eles preferiram o plantão de atendimento, com as correções individuais e consulta das respostas no gabarito do livro didático.

De tudo o que foi trabalhado com os alunos da turma B, sobre o assunto potência da ação à operacionalização, perpassando pela contextualização, percebeu-se que não há como fugir dos estudos realizados pela neurociência em relação às questões de como acontece a aprendizagem. Isso se justifica, porque a metodologia utilizada para explicar os conteúdos aos alunos levou em consideração o levantamento dos conhecimentos prévios que os alunos já sabiam sobre o assunto e, para introduzir o assunto fez-se uso de diversas formas de abordagem, e, depois da explicação desse segui-se para a fixação por meio dos exercícios contidos no livro didático, como uma forma de passar da memória de trabalho para a memória de longa duração. Assim, os passos dados na orientação de como resolver as expressões, bem como a forma que o livro didático apresenta os exercícios por meio de repetições levam à internalização do assunto e à memorização, promovendo as sinapses e ampliando as estruturas cognitivas dos alunos, que é a defesa da neurociência para o ensino e aprendizagem.

TURMA C – Aula para introduzir a potência de um número real com expoente natural

Na turma C, a professora-pesquisadora utilizou 20 aulas para trabalhar o conteúdo Potências e suas Propriedades. No entanto, esse conteúdo não foi trabalhado da mesma forma que na turma B. A sequência de conteúdos, foi apresentada dentro da concepção da neurociência, a qual valoriza a repetição como forma de fixação. Assim, utilizou-se de músicas, apelidos para as propriedades, dos exercícios do livro didático, das mesmas páginas trabalhadas com a turma B, que se encontram nos anexos B, C, D, E, deste trabalho. As aulas prosseguiram com trabalhos em grupo, individuais e com plantão de atendimento.

Para ilustrar as formas de memorização utilizadas pela professora-pesquisadora, com essa turma, têm-se os *"raps"* trabalhados após a explicação detalhada de cada regra (Potências) e seus porquês.

“Todo número real elevado a expoente um é igual a ele mesmo”.
“Toda potência de base um é igual a um”
“Toda potência de base zero e expoente diferente de zero é igual a zero”.
“Toda potência de expoente zero e base diferente de zero é igual a um”.
“Toda potência de base positiva é positiva”.
“A potência de base negativa será positiva se o expoente for par e negativa se o expoente for ímpar”.

Para revisar o conjunto dos números reais a professora pesquisadora descreve os conjuntos numéricos e a história da matemática correspondente ao surgimento de cada um, paralelamente construiu-se um diagrama que representa essa ordem até o surgimento do conjunto dos Números Reais.

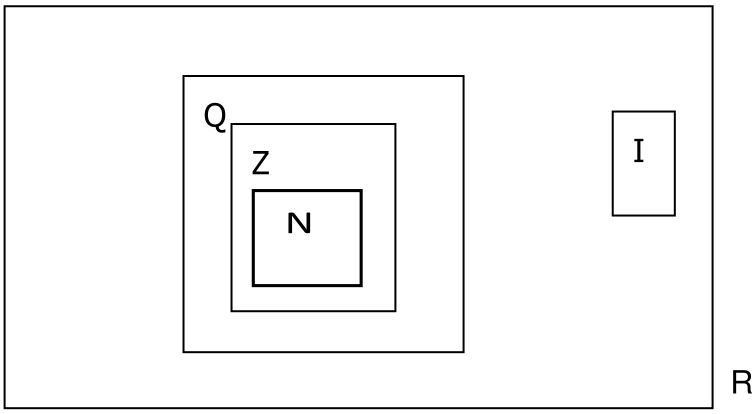


Figura 15 – O conjunto dos números Reais.
Fonte: Autoria própria.

Acredita-se que esses passos, dados pela professora, ao mesmo tempo em que escreve o conjunto por extenso, explica seus elementos, conta a história de como eles surgiram e desenha esquematicamente, promove a estruturação na mente do aluno. Mas a fixação do conteúdo somente se faz pela passagem da ação para a abstração, o que ocorre por meio de exercícios e situação-problemas.

Os alunos mostraram interesse por essa forma representativa, comentaram que nunca haviam visto dessa maneira e que o diagrama facilitou a lembrança dos conjuntos e a integração entre eles. Por se tratar de interpretação gráfica, associada a cada conjunto, entenderam com facilidade.

> Para que ocorra a retenção não somente é necessário que a pessoa que aprende tenha atenção consciente na informação, mas também que construa estruturas conceituais que dêem a ela sentido e significado. (GOMEZ; TERÁN 2009, 255).

De maneira simples e criativa a professora-pesquisadora buscou a estruturação dos conceitos necessários ao entendimento das Propriedades das Potências fazendo seus alunos refletirem o sentido e o significado de cada uma delas. E para a memorização das mesmas associou a cada uma delas apelidos explicados da mesma forma que na revista “Matemática Bacaninha”.

Cabe esclarecer ao leitor que a abordagem nas aulas das propriedades e de toda sequência do assunto Potencias e suas Propriedades, seguiram a ordem e a forma descontraída de trabalhar o assunto apresentadas na revista em quadrinhos “Matemática Bacaninha”, porém, devido à extensão do conteúdo e já explicitado anteriormente, restringe-se, aqui, somente com as explicações das aulas por meio da revista “Matemática Bacaninha”.

Essa maneira de conduzir o assunto é comentada pela aluna D.

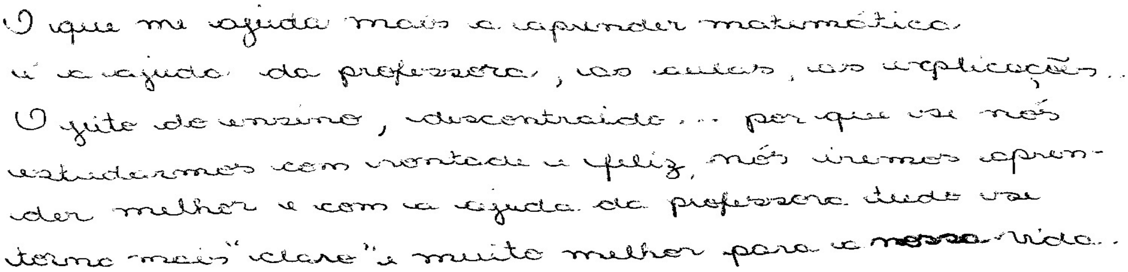

O que me ajuda mais a aprender matemática
é a ajuda da professora, as aulas, as explicações..
O jeito do ensino, descontraido... porque se nós
estudarmos com vontade e feliz, nós iremos apren-
der melhor e com a ajuda da professora tudo vai
torna mais "claro" e muito melhor para a ~~nossa~~ vida.

Figura 16 – Parecer de um aluno da 8ª série C.
Fonte: Autoria própria.

Esse parecer reforça o que já foi dito neste trabalho, para o aluno a linguagem simples e descontraída que associa ao assunto uma emoção positiva tem maiores chances de ser guardada em sua memória.

Salienta-se que a revista ‘Matemática Bacaninha” foi utilizada nas aulas apenas como revisão de conteúdo. No momento, em que a revisão iria acontecer, esse material, foi distribuído aos alunos. Enquanto os alunos resolviam os exercícios, eram observados e, assim como, na turma B, durante a revisão a professora-pesquisadora se colocava à disposição dos alunos, caso tivessem alguma dúvida sobre como resolver as questões propostas na revista.

Logo na entrega da revista “Matemática Bacaninha”, a professora-pesquisadora percebeu o quanto esse material agradou seus alunos (as). À medida que foram lendo fez-se silêncio, algumas vezes interrompido por colocações dos alunos *“que legal”, “nossa é bacaninha mesmo”,* alguns em determinado momento riam. Enfim, a professora percebeu que o material, além de ser esclarecedor, despertou nos alunos um maior interesse pelo assunto.

Por ser uma revista extensa (22 páginas), foi estipulado que os alunos teriam mais de duas aulas para resolvê-los e, que o importante naquele momento seria viver a proposta sem preocupações, saboreando e fazendo uma leitura crítica, anotando os pontos positivos e negativos do material.

Dessa forma, enquanto liam a revista escreviam, em uma folha à parte, sua opinião sobre ela, relatadas a seguir na medida em que as páginas da revista são apresentadas e descritas pela professora-pesquisadora. Foram utilizadas 4 aulas para o trabalho com esse material.

Cabe esclarecer que esse material caracteriza-se como o produto pedagógico produzido pela professora-pesquisadora desta pesquisa e contém além dos exercícios, um referencial teórico que dá sustentação à estrutura metodológica do referido produto.

4.2 APRESENTAÇÃO DO PRODUTO “MATEMÁTICA BACANINHA”

O produto “Matemática Bacaninha” é uma revista em quadrinhos que, pedagogicamente, tem o objetivo de revisar o conteúdo “Potências e suas Propriedades”. Entende-se que a aprendizagem não ocorre como um passe de mágica apenas mostrando o conteúdo ou o contextualizando uma ou duas vezes. Isso não basta para formar as estruturas mentais necessárias ao conhecimento. Para que a aprendizagem e a memorização aconteçam, lançar desafios, várias vezes ao aluno de diversas maneiras, se faz necessário, o que possibilita ligar os novos conteúdos aos já existentes em suas estruturas cognitivas, ou seja, aprender e gravar na memória de longa duração.

A escola contemporânea privilegiou a concretização e a contextualização – ambas relevantes à aprendizagem e ao entendimento do assunto tratado. No entanto, por interpretações erradas a respeito do Construtivismo, a memorização foi esquecida no processo. O trabalho de fixação e repetição foi interpretado como algo mecânico, pois o assunto tratado era mesmo repetido sem sentido e ligação com assuntos estudados anteriormente, e com a sua aplicação.

Os fundamentos teóricos presentes na introdução, justificativa e referencial teórico confirmam o que foi exposto.

Ao buscar os estudos da Neurociência está se propondo olhar à aprendizagem sob o foco do funcionamento do cérebro, e como ela se faz na mente humana. Dessa maneira, esse produto aplica vários aspectos necessários para a cognição.

Entende-se que nos pequenos detalhes – como no diálogo estabelecido entre a professora e seus alunos – se aplica a neurociência relacionada à emoção. Ela representa a porta aberta que estabelece a interação entre professor, aluno, conteúdo e facilita a forma como o assunto é conduzido. A estruturação do conhecimento para a memorização de longa duração é descrita na continuidade da revista “Matemática Bacaninha”.

No entanto, esse material não dispensa o trabalho do professor sobre o assunto referido, já que ele é o responsável por lançar as bases do conhecimento – descritas no capítulo 4 desse trabalho. Muito embora, alunos autodidatas possam servir-se apenas dele para entender o conteúdo.

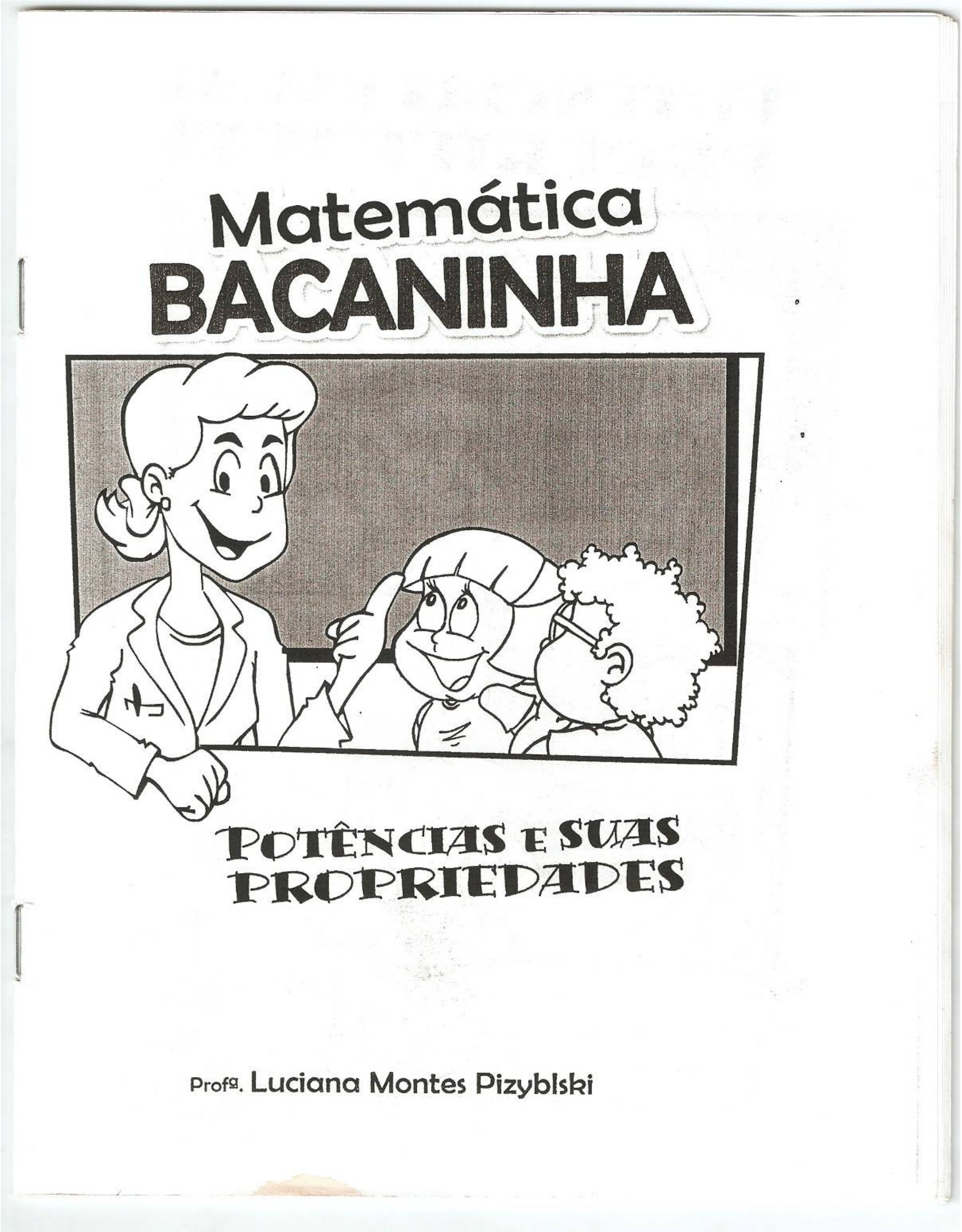


Figura 17 – Capa do Produto
Fonte: Autoria própria.

4.2.1 Referencial Teórico do Produto

Conforme o referencial teórico deste trabalho, a aprendizagem acontece dentro das células cerebrais, os neurônios. As pesquisas Neurocientíficas tomaram maior impulso nos últimos vinte anos devido ao desenvolvimento de métodos de imageria cerebral – Tomografia por Emissão de Pósitrons (Pet *scan*) e da Imagem por Ressonância Magnética funcional (IRMf) – que tornaram possível visualizar a ação da massa relacionada à função cerebral, desfazendo ideias pré-concebidas a respeito do seu funcionamento.

As neurociências estudam o funcionamento do cérebro, que segundo Fiori (2008, p.20), "a riqueza e a complexidade do pensamento humano são grandes e constituem um desafio para os cientistas".

Esses estudos levaram ao entendimento de que as estruturas cerebrais podem se modificar ao se adaptarem ao meio. A essa adaptação, dá-se o nome de plasticidade cerebral, explicado de forma elementar por Haykin (2008, p.28), "um neurônio em 'desenvolvimento' é sinônimo de um cérebro plástico. A plasticidade permite que o sistema nervoso em desenvolvimento se adapte ao meio ambiente".

Essas descobertas e contribuições da Neurociência contribuem para que a escola tenha um novo olhar sobre a construção do conhecimento, pois neurologicamente no ato de aprender ocorrem mudanças físicas e químicas nas estruturas cerebrais, como relata Gomez e Terán (2009, p. 42),

> Quando o cérebro aprende por meio de experiências ocorrem mudanças em sua estrutura; isto ocorre, por exemplo, quando são acrescidas ou eliminadas conexões entre as células, quando muda a quantidade de substâncias químicas utilizadas para enviar mensagens ou quando uma área se torna mais ativa. As mudanças são resultado da maturação e da experiência.

As experiências de aprendizagem proporcionam essas mudanças químicas e físicas na estrutura cerebral dos alunos, que vão surgindo à medida que o aluno parte da concretização e gradativamente percorre o caminho entre o concreto e o abstrato. Entende-se a fixação como ponto fundamental para oportunizar essas mudanças químicas e físicas.

Na visão do Dr. Kawashima, muito pode ser feito para ampliar a capacidade intelectual e o desenvolvimento cerebral em crianças e jovens, se devidamente exercitado com estimulação diária.

> Estou certo de que todos concordam comigo que exercícios físicos diários são indispensáveis para desenvolver músculos fortes. Acontece o mesmo com o desenvolvimento cerebral. O córtex pré-frontal se desenvolverá de modo saudável e sólido se ativado, estimulado e exercitado. (KAWASHIMA, 2002, p.3).

A continuidade de suas pesquisas diz respeito às atividades do cérebro quando relacionadas ao pensamento e à memorização e uma variedade de outras funções, incluindo a realização de cálculos simples, ou seja: adição, subtração e multiplicação de números com um algarismo. Para ele, as operações simples funcionam como se fossem um poderoso remédio para o aumento das sinapses.

Outro ponto relevante e pertinente ao objetivo desse trabalho foi expresso por Iziquierdo (2006, p. 6), quando se refere às memórias de longa duração e a importância da repetição:

> Fora dessas memórias, as demais, no entanto, duram pouco tempo; e se não repetidas (se não revividas), desaparecem por falta de uso. A falta de uso causa atrofia das sinapses (Eccles, 1957), e isso explica desde há pelo menos cinqüenta anos por que as memórias nunca lembradas, assim como os movimentos não mais feitos ou os pensamentos nunca mais revisitados, desaparecem. A memória é a função cerebral que mais se encaixa com o dito de que 'a função faz o órgão'. Se praticada intensamente, a memória como função não esmorece; se não recordada, dissolve-se no esquecimento.

Esse parecer confirma também a necessidade de antes da introdução de um conteúdo novo recordar os conteúdos anteriores necessários para seu entendimento. Entende-se que ao fazer isso o professor não estará trabalhando os conteúdos de forma estanque, ao contrário estará estabelecendo ligações com o anterior e pode também aproveitar para mencionar onde será utilizado em estudos futuros. Além disso, as situações problemas farão o encaixe com a realidade mostrando ao aluno sua aplicação.

Para um melhor entendimento do assunto abordado acima, sugere-se a leitura na íntegra do capítulo 2.

4.2.2 Estrutura do Produto "Matemática Bacaninha": Aplicação e Roteiro

A revista "Matemática Bacaninha" deve ser aplicada após o trabalho do professor com o assunto Potências e suas Propriedades. A colocação de Izquierdo (2007, p. 108) é interessante: "Não tem acesso à informação quem não tem conhecimentos prévios sobre aquilo que procura".

Esse material é uma revista em quadrinhos que pedagogicamente tem, além da aplicação sutil da neurociência por meio do diálogo estabelecido entre a professora e seus alunos e da forma como a professora conduz o assunto abordado, o caráter de revisão. Entende-se que faz parte da estruturação dos conteúdos repassá-los, e se existirem dúvidas, saná-las. Além dessa ideia, a construção desse material, cuja leitura acredita-se ser imprescindível para o entendimento e fechamento deste trabalho, foi aplicar a construção do conhecimento proposta por Piaget e pelas neurociências.

Por ser uma revista em quadrinhos, possibilitou-se a utilização de trabalhar a emoção através de uma linguagem atrativa – transformar a linguagem matemática tantas vezes vista como algo inatingível, que causa repulsa, em algo que possa ser saboreado na proporção que for conduzida pelo professor, como algo próximo do aluno. Quando o aluno "entra" na situação proposta ele estará envolvido com a problemática, e a resposta se dará naturalmente pelas vias de seu raciocínio lógico.

Para exemplificar que a linguagem pode representar uma das dificuldades de aprendizagem, apresenta-se o parecer abaixo:

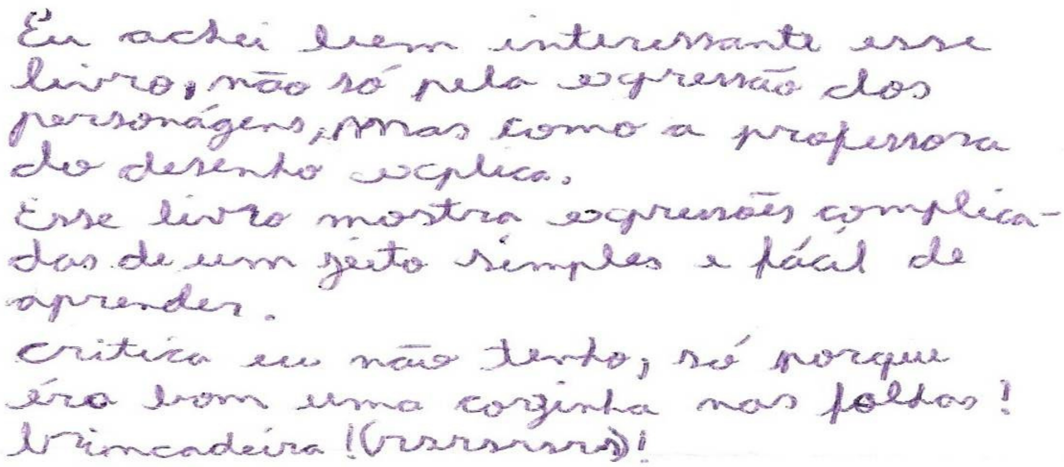

Eu achei bem interessante esse
livro, não só pela expressão dos
personágens, mas como a professora
do desenho explica.
Esse livro mostra expressões complica-
das de um jeito simples e fácil de
aprender.
Critica eu não tenho, só porque
éra bom uma corzinha nas folhas!
brincadeira (rsrsrsrs)!

Figura 18 – Parecer do aluno D.
Fonte: Autoria própria.

Como se pode notar é por meio desse contexto dinâmico entre a linguagem simplificada da professora-pesquisadora – geradora de emoção – e material atrativo, que faz o aluno mudar a sua concepção da disciplina e torna a aula um momento de aprendizado prazeroso.

A aplicação deste material inova e utiliza a repetição em uma linguagem descontraída e própria para a idade que se propõe.

A figura a seguir apresenta a página 1, onde a história se inicia.

Figura 19 – Página 1 do produto: Matemática Bacaninha
Fonte: Autoria própria.

Ao iniciar a aplicação, percebeu-se o gosto pelo material de forma imediata. Apresenta-se na fotografia 6, os alunos concentrados na leitura do material.

Figura 20 – Fotografia 1 dos alunos da 8ª série D, durante a leitura do produto
Fonte: Autoria própria.

Quando a aula de matemática se torna interessante, percebe-se no aluno uma crescente "fome" de entender. Segundo Perissé (2010, p. 19), "a palavra 'interessante' tem em sua formação o verbo latino *esse,* verbo 'ser', de modo que interessante é algo diretamente ligado ao ser, à vida, à nossa fome de entender a existência".

Na página 2, buscou-se a contextualização da definição de Potência.

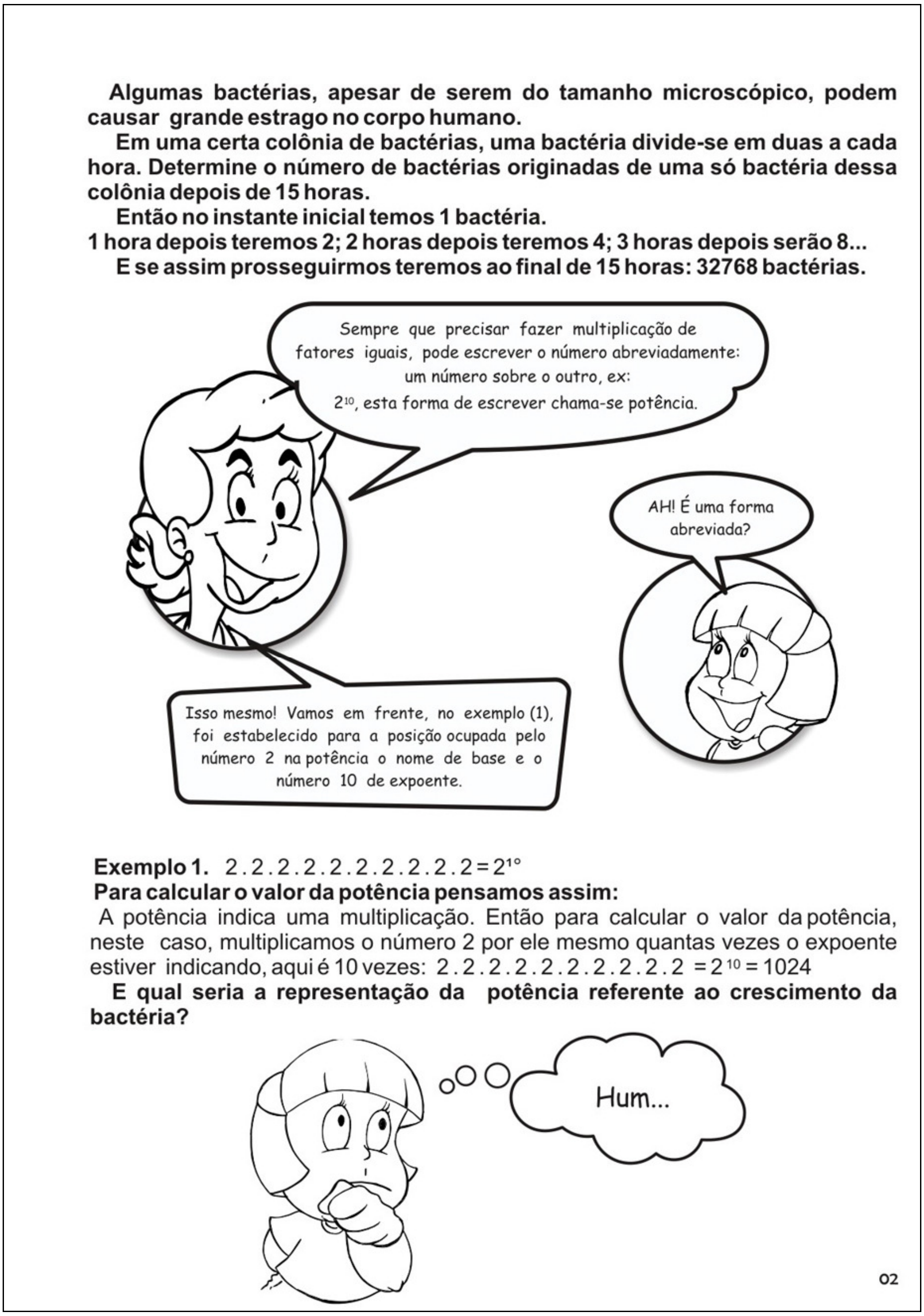


Figura 21 – Página 2 do produto.
Fonte: Autoria própria.

Na página 3, a autora trabalhou no contexto o medo que se tem da matemática de forma a desmistificá-la e mostrar quais são as consequências desse bloqueio para o raciocínio lógico. De acordo com Fiori (2008 p. 187), “Bem sabemos o quanto o temor pode nos paralisar e nos impedir de agir, como no caso do estudante que tem um ‘branco’ de memória quando faz uma prova.

Acredita-se que trabalhar a emoção é relevante para a aprendizagem. Para Fiori (2008), a neurociência procura cada vez mais estudar a relação entre a emoção e a cognição: “as emoções estão sob o controle cognitivo ao mesmo tempo em que influenciam os processamentos cognitivos”. (FIORI, 2008, p. 197).

A revista “Matemática Bacaninha” inova ao abordar a emoção de forma simples e atrativa por meio das dicas da professora, e ao conduzir o aluno pelas vias da emoção, automaticamente, abrem-se caminhos para conduzi-lo também ao raciocínio lógico e à abstração.

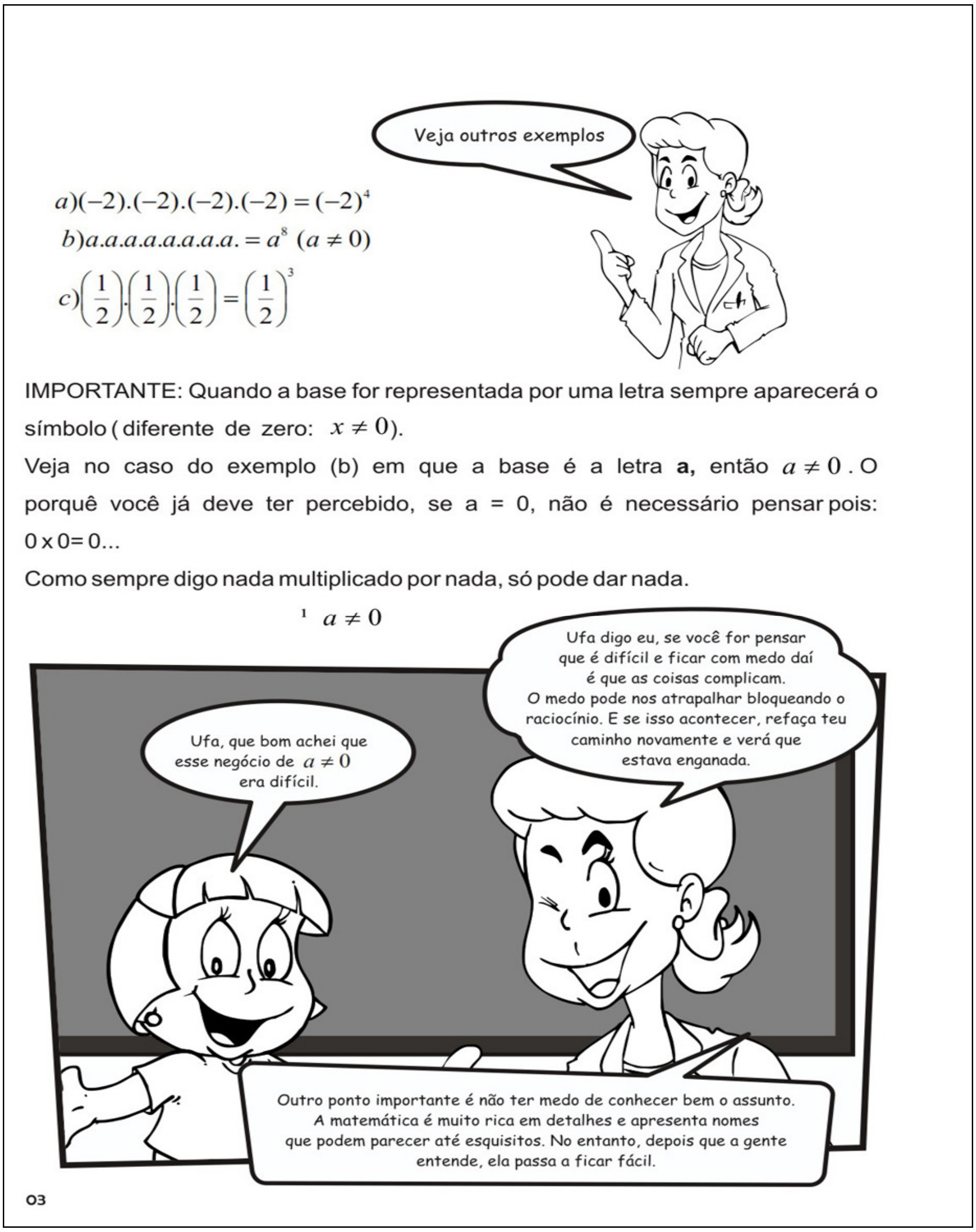


Figura 22 – Página 3 do produto.
Fonte: Autoria própria.

Na página 4, a professora resgata no aluno a autoconfiança, quando busca com ele informações sobre conteúdos adquiridos e que, por vezes, encontram-se adormecidos. Talvez isso aconteça devido ao uso contínuo da expressão: *"mas eu não sei nada de matemática, profe!".* É uma boa hora para se provar o contrário.

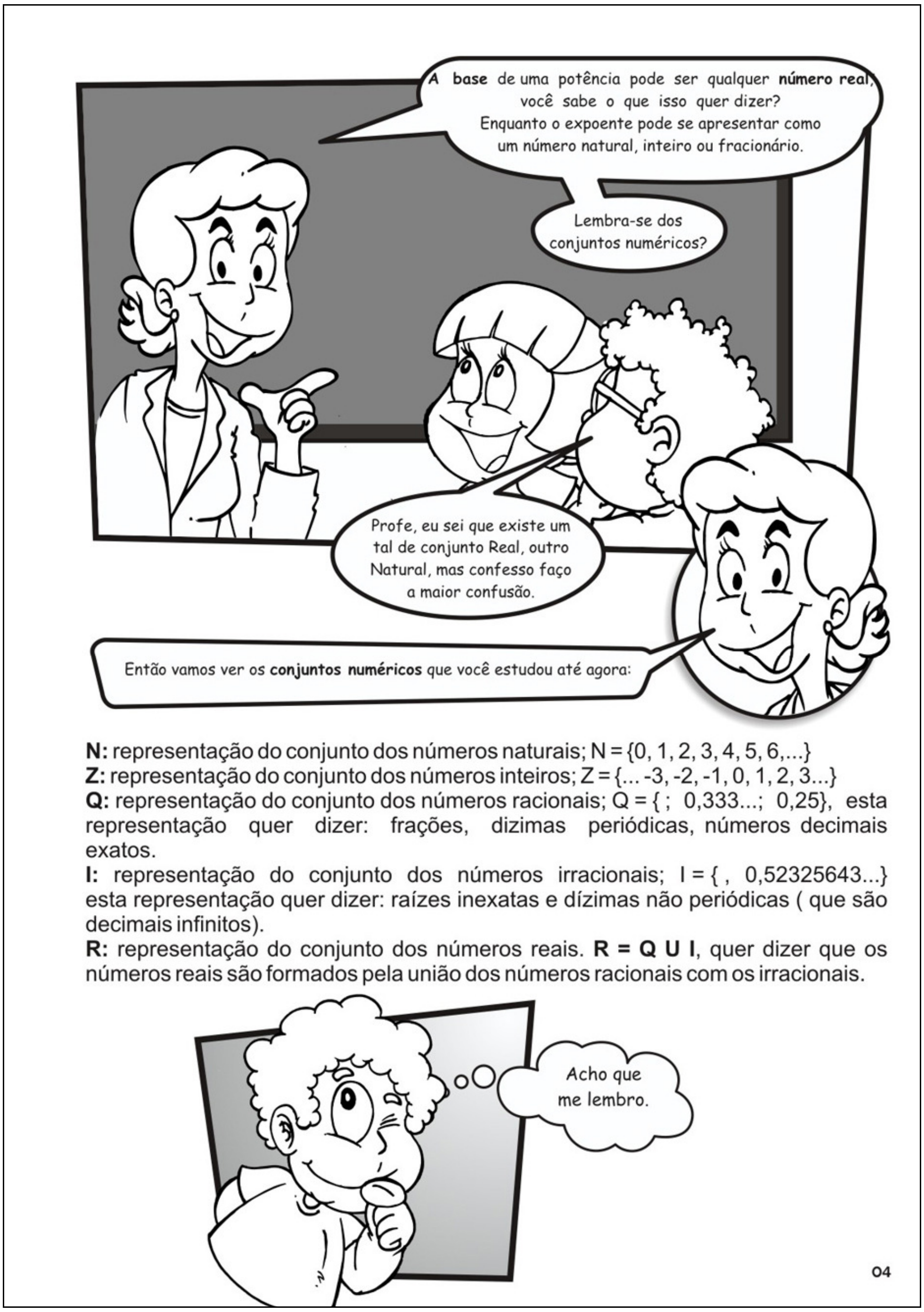
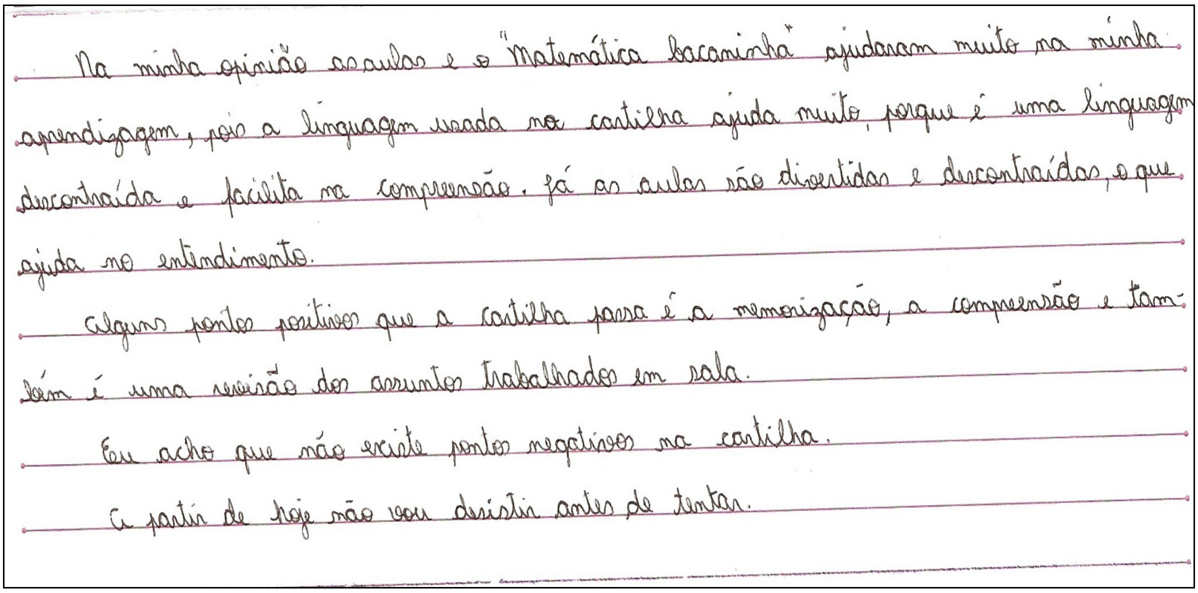


Figura 23 – Página 4 do produto.
Fonte: Autoria própria.

Na página 5, a professora se utiliza do diálogo com o aluno para esclarecer que as dúvidas e os possíveis erros – famosos bloqueadores e desmotivadores da disciplina – quando são vistos de uma forma diferenciada, positiva, tornam-se aspectos positivos para se alcançar o resultado esperado. Uma vez que voltar aos passos anteriores da matéria se faz necessário para que ele compreenda o assunto, pois essa volta – repetição – é o que o leva ao desbloqueio.

Figura 24 – Página 5 do produto.
Fonte: Autoria própria.

Quando na fala do aluno: *"Ah! Professora, então a base da Potência pode ser representada por qualquer número real. Eu suspeitava ah, ah, ah..."* A autora quer incentivar seus alunos a perguntarem mais, a sentirem que o professor pode ajudá-lo, a não ter vergonha nem medo de colocar suas dúvidas.



Na minha opinião as aulas e o "Matemática bacaninha" ajudaram muito na minha aprendizagem, pois a linguagem usada na cartilha ajuda muito, porque é uma linguagem descontraída e facilita na compreensão. Já as aulas são divertidas e descontraídas, o que ajuda no entendimento.

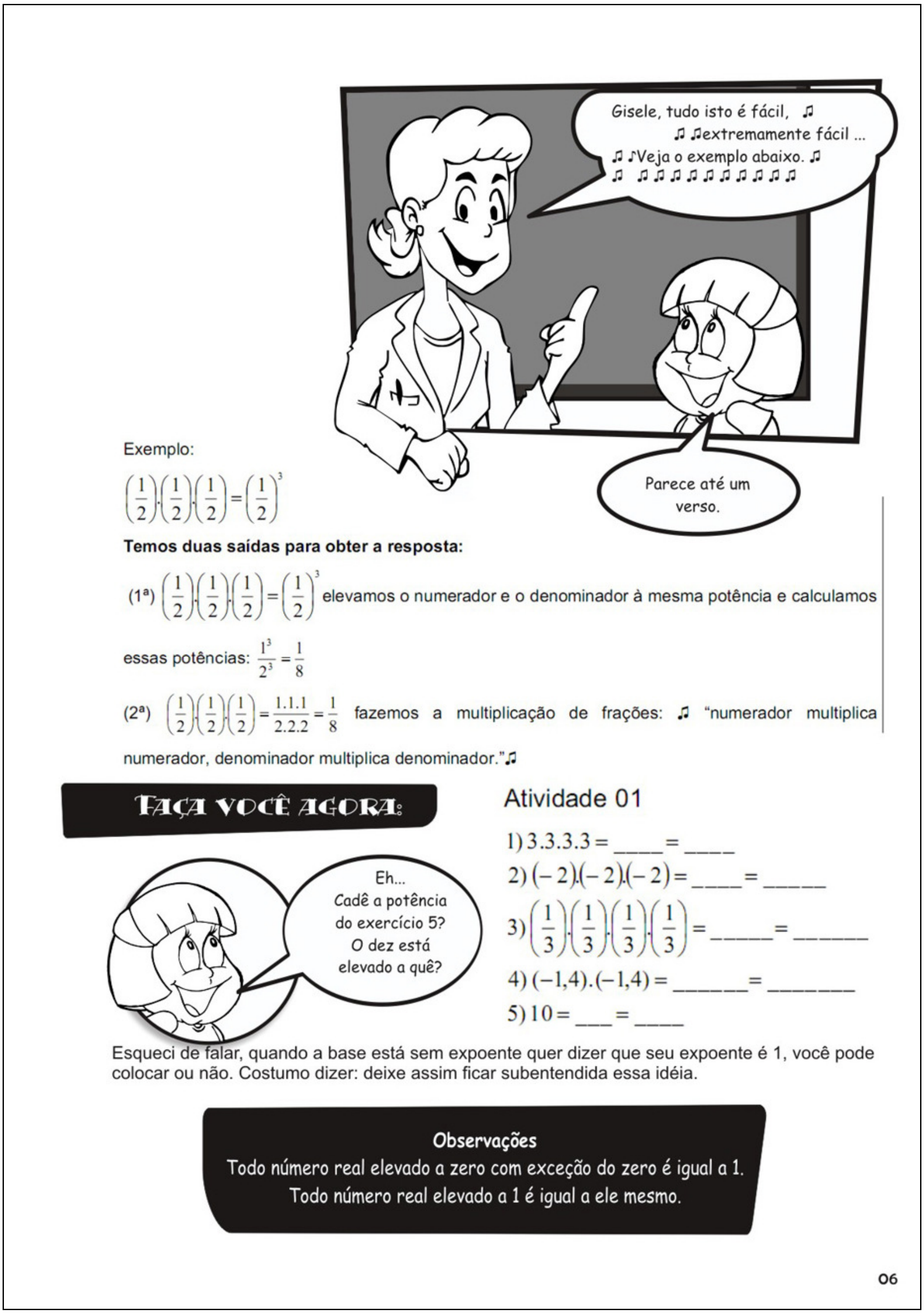
Alguns pontos positivos que a cartilha passa é a memorização, a compreensão e também é uma revisão dos assuntos trabalhados em sala.

Eu acho que não existe pontos negativos na cartilha.

A partir de hoje não vou desistir antes de tentar.

Figura 25 – Parecer do aluno D.
Fonte: Autoria própria.

A professora, na página 6, canta para sua aluna Giselle: - Tudo isso é fácil! *"... extremamente fácil...",* utilizando-se de uma paródia da música de Jota Quest. Essa forma é utilizada pela autora para descontrair seus alunos e, ao mesmo tempo, passar-lhes a mensagem de que é possível e fácil entender Matemática.



Exemplo:

$$\left(\frac{1}{2}\right).\left(\frac{1}{2}\right).\left(\frac{1}{2}\right)=\left(\frac{1}{2}\right)^3$$

Temos duas saídas para obter a resposta:

(1ª) $\left(\frac{1}{2}\right).\left(\frac{1}{2}\right).\left(\frac{1}{2}\right)=\left(\frac{1}{2}\right)^3$ elevamos o numerador e o denominador à mesma potência e calculamos essas potências: $\frac{1^3}{2^3}=\frac{1}{8}$

(2ª) $\left(\frac{1}{2}\right).\left(\frac{1}{2}\right).\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1.1.1}{2.2.2}=\frac{1}{8}$ fazemos a multiplicação de frações: ♫ "numerador multiplica numerador, denominador multiplica denominador."♫

Atividade 01

1) $3.3.3.3 =$ ____ $=$ ____

2) $(-2).(-2).(-2) =$ ____ $=$ _____

3) $\left(\frac{1}{3}\right).\left(\frac{1}{3}\right).\left(\frac{1}{3}\right).\left(\frac{1}{3}\right) =$ _____ $=$ ______

4) $(-1{,}4).(-1{,}4) =$ _____ $=$ _______

5) $10 =$ ___ $=$ ____

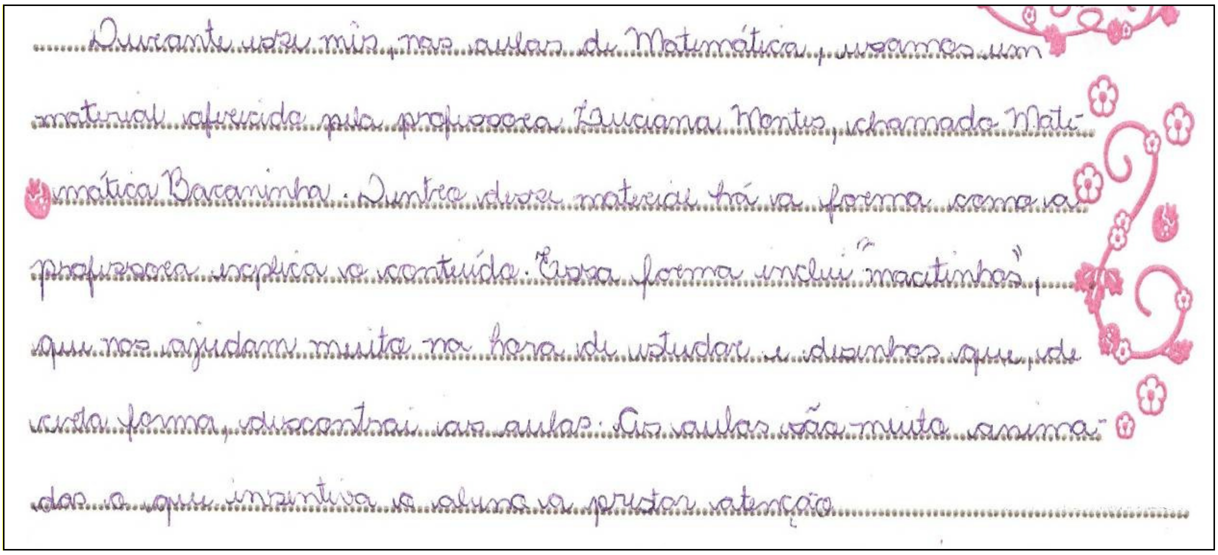
Esqueci de falar, quando a base está sem expoente quer dizer que seu expoente é 1, você pode colocar ou não. Costumo dizer: deixe assim ficar subentendida essa idéia.

Observações
Todo número real elevado a zero com exceção do zero é igual a 1.
Todo número real elevado a 1 é igual a ele mesmo.

06

Figura 26 – Página 6 do produto.
Fonte: Autoria própria.

O aluno se identifica com essa maneira de trabalhar, assim relata:



Durante esse mês, nas aulas de Matemática, usamos um material oferecido pela professora Luciana Montes, chamado Matemática Bacaninha. Dentro desse material há a forma como a professora explica o conteúdo. Essa forma inclui "macetinhos", que nos ajudam muito na hora de estudar e desenhos que, de certa forma, descontrai as aulas. As aulas são muito animadas e que incentiva o aluno a prestar atenção.

Figura 27 – Parecer do aluno E.
Fonte: Autoria própria.

Na página 7, a professora destaca o expoente um, utilizando-se novamente de uma paródia da música de Lulu Santos que diz: *"... deixa assim ficar subentendido".* Essa expressão é muito utilizada pela professora em suas aulas e contribui para o entendimento do expoente um e do denominador um quando tira-se o MMC (mínimo múltiplo comum), entre um número inteiro e uma ou mais frações.

Vamos em frente:
Muitas vezes necessitamos calcular o produto de várias potências **de mesma base** com expoentes variados, como no exemplo abaixo:

$2^2.2^3 = 2^?$ $\qquad$ $3\ .3^3 = 3^?$ $\qquad$ $a^{10}.a^{-5}.a^2 = a^?$

07

Figura 28 – Página 7 do produto.
Fonte: Autoria própria.

Quando a aluna, na página 8, pensa: *"Primeira vez que vejo facilitarem alguma coisa em matemática!".* A professora expressa a opinião da aluna verdadeiramente. Nessa página, se enfatiza que as Propriedades das Potências facilitam os cálculos. Há a contextualização da primeira Propriedade e a apresentação da base 10.

Figura 29 – Página 8 do produto.
Fonte: Autoria própria.

Da página 9, até a página 14, a revista “Matemática Bacaninha” trabalha as Propriedades das Potências. A professora apresenta para seus alunos essas propriedades e os apelidos que ela criou para que memorizassem cada uma delas. No entanto, o ponto relevante dessa forma de se expressar é o que está nas entrelinhas: conduzir o aluno ao aprendizado, refletir e raciocinar logicamente. Isso se dá por meio de uma brincadeira, e se sucede até a última Propriedade. Na visão da autora, a brincadeira ultrapassa sua finalidade e proporciona a abstração, a fixação e a memorização de longo prazo.

PROPRIEDADES DAS POTÊNCIAS:

1ª PROPRIEDADE

P_1. ***Produto de potência de mesma base***

Apelido: *SOMINHA (descubra o porquê)*

$$3^2.3^4.3^{12} = 3^{2+4+12} = 3^{18}$$

$$a^2.a^4.a^{21} = a^{2+4+21} = a^{27}$$

A regra é fácil de perceber: *Basta repetir a base e somar os expoentes.*

Os expoentes podem ser números inteiros negativos.

$$2^2.2^{-5} = 2^{2+(-5)} = 2^{2-5} = 2^{-3}$$

Z: representação do conjunto dos números inteiros;
Z = {... -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3...}

Vejamos a regra para trabalhar com os expoentes:
— sinais iguais {soma os valores e conserva o mesmo sinal}
— sinais diferentes {diminui e dá o sinal do maior}

Vamos praticar melhor o que acontece no expoente?
No exemplo a seguir, acompanhe o raciocínio linha por linha e faça os outros:

09

Figura 30 – Página 9 do produto.
Fonte: Autoria própria.

$$-2+3+6-5=$$
$$-2-5+6+3=$$
$$-7+9=$$
$$+2$$

Atividade 02:

a) $-3-9-4=$

b) $-5+(-4)+(-3)=$

c) $9+2-(-7)=$

Isto pode acontecer na soma dos expoentes, agora você está preparada. Aplique a propriedade do produto de potência de mesma base: **Sominha**

$a)\, 7^2.7^{-1}.7^4 =$

$b)\, 5^3.5^{-5} =$

$c)\, a^5.a^{-3}.a^2.a^{-4} =$

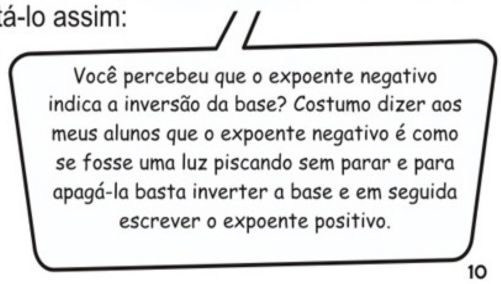
$d)\left(\frac{1}{2}\right)^2.\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}.\left(\frac{1}{2}\right)^3 =$

$e)\, x^2.x^{-9}.x =$

Potência de expoente inteiro negativo
Quando a base é um número real positivo e o expoente é um número inteiro e negativo, a matemática costuma representá-lo assim:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad \text{com } a \neq 0 = \frac{1}{a^n}$$

Na prática isto quer dizer:



10

Figura 31 – Página 10 do produto.
Fonte: Autoria própria.

$$2^{-1} = \frac{1}{2^1} = \frac{1}{2}$$

$$(9)^{-3} = \frac{1}{9^3} = \frac{1}{729}$$

$$(\sqrt{2})^{-2} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{2}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{27}{8}$$

$$\left(\frac{c}{d}\right)^{-2} = \left(\frac{d}{c}\right)^2 = \frac{d^2}{c^2}$$

Atividade 02
Calcule

$a)3^{-1} =$

$b)6^{-4} =$

$c)\left(\frac{1}{3}\right)^{-3} =$

$c)(0,1)^{-6} =$

$d)\left(\frac{3}{5}\right)^{-2} =$

$e)\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} =$

$f)(\sqrt{3})^{-2} =$

2ª Propriedade:

P_2.***Divisão de potência de mesma base***

Apelido: *Didi (descubra o porquê)*

$$3^8 : 3^5 = 3^3 \qquad a^2 : a^4 =$$

$$a^{2-(+4)} =$$

$$a^{2-4} =$$

$$a^{-2}$$

A regra é fácil de perceber:
Basta repetir a base e diminuir (subtrair) os expoentes.
Daí o apelido: **Divisão Dimunui.**
Vamos entender porque na divisão diminuímos os expoentes:

$$a^4 : a^3 = \frac{a^4}{a^3} = \frac{a.a.a.a}{a.a.a} = a \quad simplificando$$

Aplique a propriedade do Quociente (Divisão) de Potências de Mesma Base: Didi.

11

Figura 32 – Página 11 do produto.
Fonte: Autoria própria.

Quando os expoentes são números inteiros negativos a regra é a mesma, mas se faz necessário o uso do parênteses:

$$x^{-3} : x^{-5} = x^{-3-(-5)} = x^{-3+5} = x^{2}$$

Atividade 03
Resolva agora os exercícios abaixo:

$a) 2^{5} : 2^{3} =$

$b) \left(\frac{2}{3}\right)^{3} : \left(\frac{2}{3}\right) =$

$c) x^{-9} : x^{-3} =$

$d) p^{2} : p^{2} =$

$e) a^{5} : a^{8} =$

3ª Propriedade:

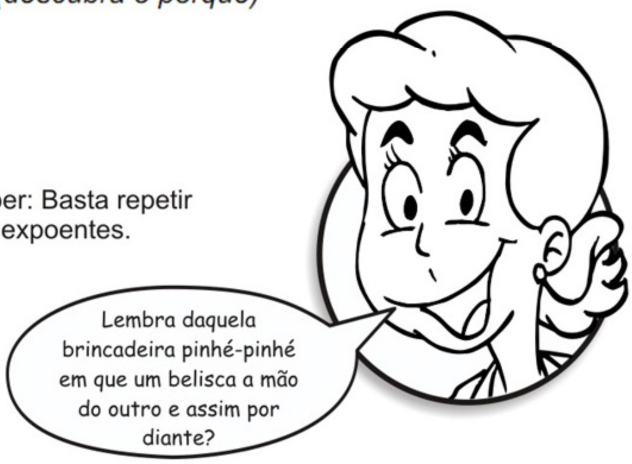
P_3.*Potência de Potência*

Apelido: *Pinheirinho (descubra o porquê)*

$$\left(3^{8}\right)^{5} = 3^{40}$$

$$\left[\left(a^{2}\right)^{3}\right]^{4} = a^{24}$$

A regra é fácil de perceber: Basta repetir a base e **multiplicar** os expoentes.



Mas cuidado existe a potência de potência como foi apresentada acima e a potência de potência sem os parênteses, como resolver?
A regra é diferente:
Veja detalhadamente o que acontece no exemplo: Observe que os números são os mesmos, mas a resposta?

Com o uso dos parênteses: $[(2^{2})^{2}]^{3} = 2^{12}$

12

Figura 33 – Página 12 do produto.
Fonte: Autoria própria.

Sem o uso dos parênteses: $2^{2^{2^3}} = 2^{4^3} = 2^{64}$

Percebe-se a diferença pelas respostas. A regra para a potência de potência **sem o uso dos parênteses** é simples também: repete a base e a primeira potência estará elevada ao valor da segunda, este resultado estará elevado à outra e assim por diante.

Atividade 04:
Aplique a propriedade Potência de Potência: PINHEIRINHO

$a)\, a^{2^{3^2}} =$

$b)\, \left[\left(5^2\right)^3\right]^4 =$

$c)\, 3^{2^3} =$

$d)\, \left(2^5\right)^2 =$

$e)\, \left[\left(\dfrac{3}{4}\right)^4\right]^3 =$

4ª Propriedade:

Nesta propriedade as bases são diferentes.

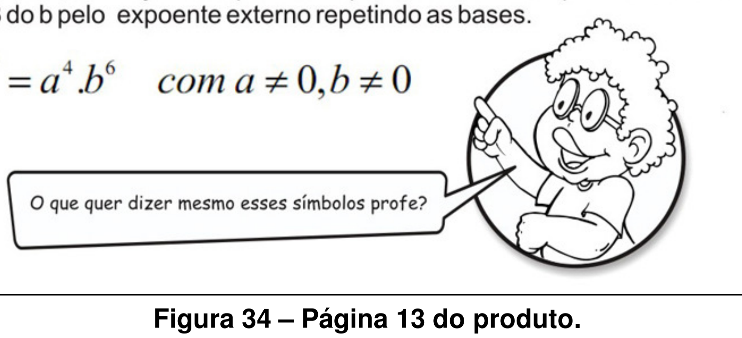
P_4 **Produto ou quociente de bases diferentes elevadas ao mesmo expoente**
Apelido: Fat family

Este apelido é que comparei a um conjunto musical, onde os elementos eram pessoas "grandes" "pesadas". Veja que a base nestes exemplos é formada por outros elementos diferentes entre si, mais consistentes, pesados.

$$(3\,.2\,)^5 = 3^5.2^5$$

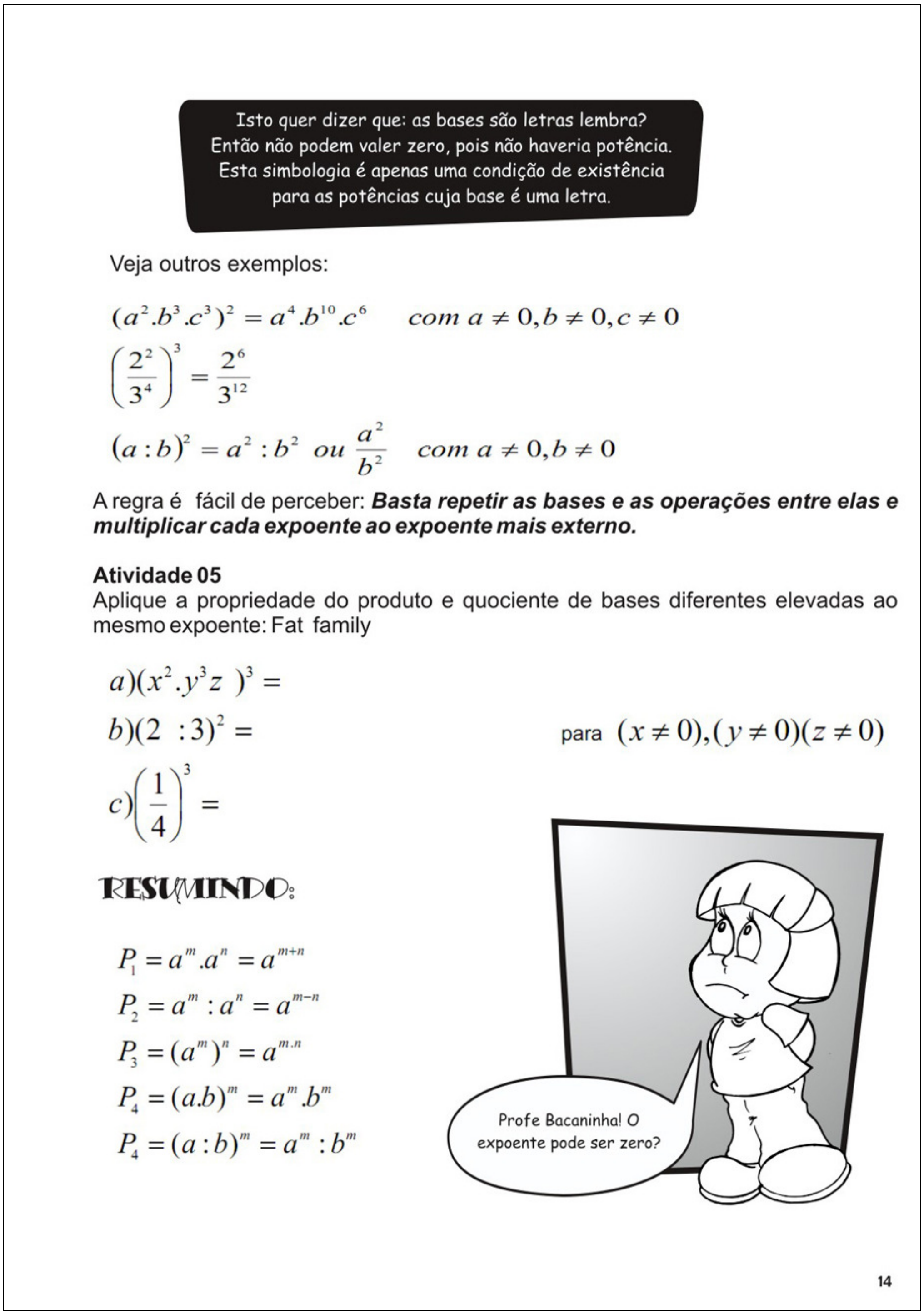
Se as bases forem potencias diferentes, como no exemplo abaixo: a base a está elevada ao quadrado, a base b está elevada ao cubo, ambas estão elevadas ao expoente fora dos parênteses, que é o dois. Então pratico a potência de potência com parênteses, ou seja: multiplico o expoente 2 do a pelo 2 externo e o expoente 3 do b pelo expoente externo repetindo as bases.

$$\left(a^2.b^3\right)^2 = a^4.b^6 \quad com\ a \neq 0, b \neq 0$$



13

Figura 34 – Página 13 do produto.
Fonte: Autoria própria.



Isto quer dizer que: as bases são letras lembra?
Então não podem valer zero, pois não haveria potência.
Esta simbologia é apenas uma condição de existência
para as potências cuja base é uma letra.

Veja outros exemplos:

$$(a^2.b^3.c^3)^2 = a^4.b^{10}.c^6 \qquad com\ a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0$$

$$\left(\frac{2^2}{3^4}\right)^3 = \frac{2^6}{3^{12}}$$

$$(a:b)^2 = a^2 : b^2 \ \ ou\ \ \frac{a^2}{b^2} \qquad com\ a \neq 0, b \neq 0$$

A regra é fácil de perceber: ***Basta repetir as bases e as operações entre elas e multiplicar cada expoente ao expoente mais externo.***

Atividade 05

Aplique a propriedade do produto e quociente de bases diferentes elevadas ao mesmo expoente: Fat family

$a)(x^2.y^3z\ )^3 =$

$b)(2\ :3)^2 =$ para $(x \neq 0),(y \neq 0)(z \neq 0)$

$c)\left(\frac{1}{4}\right)^3 =$

RESUMINDO:

$$P_1 = a^m.a^n = a^{m+n}$$
$$P_2 = a^m : a^n = a^{m-n}$$
$$P_3 = (a^m)^n = a^{m.n}$$
$$P_4 = (a.b)^m = a^m.b^m$$
$$P_4 = (a:b)^m = a^m : b^m$$

14

Figura 35 – Página 14 do produto.
Fonte: Autoria própria.

Percebe-se que no Ensino Fundamental 2, de um modo geral, não é comum trabalhar com brincadeiras e apelidos como acontece mais frequentemente no 3º ano do Ensino Médio. Essa forma trouxe uma empolgação por parte dos alunos que ficaram repetindo os apelidos e deram boas risadas. Para a professora, o resultado foi o esperado já que desejava imprimir em seus alunos memórias ligadas ao aprendizado prazeroso. O parecer de Iziquierdo (2006) expressa seu objetivo:

> As memórias com conteúdo emocional forte são gravadas com participação das vias nervosas que regulam as emoções, que agem estimulando vias enzimáticas hoje bem determinadas no hipocampo e outras regiões a ele ligadas (a via da PKA). Essas vias estimulam indiretamente a formação de novas sinapses como sustentáculo dessas memórias e essas costumam, assim, persistir muitos meses ou anos (IZIQUIERDO, 2006).

Assim como afirma Iziquierdo, nessa citação, as questões emocionais podem ser evidenciadas na seguinte consideração feita pelo aluno:

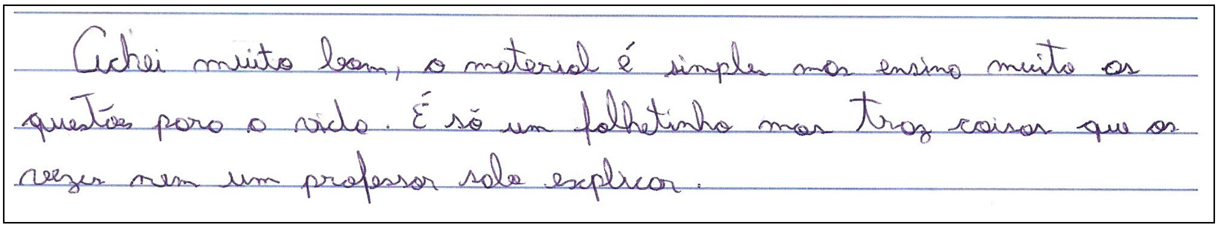

Achei muito bom, o material é simples mas ensina muito as questões para a vida. É só um folhetinho mas traz coisas que as vezes nem um professor sabe explicar.

Figura 36 – Parecer do aluno F.
Fonte: Autoria própria.

Esse aluno ao expressar que o material ensina questões para a vida, entendeu o que a professora quis dizer nas entrelinhas a respeito do que é estudar e da força interior que cada aluno deve ter para aprender. O objetivo é incentivar a todos, mas atingir os alunos que já foram bloqueados na disciplina. Essa tarefa não é fácil, mas o parecer abaixo confirma que a proposta atingiu seu objetivo.

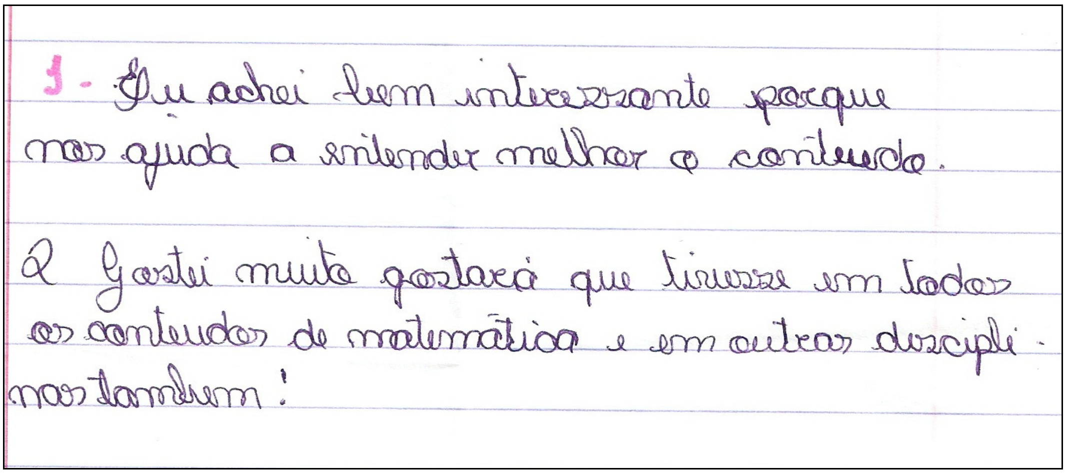
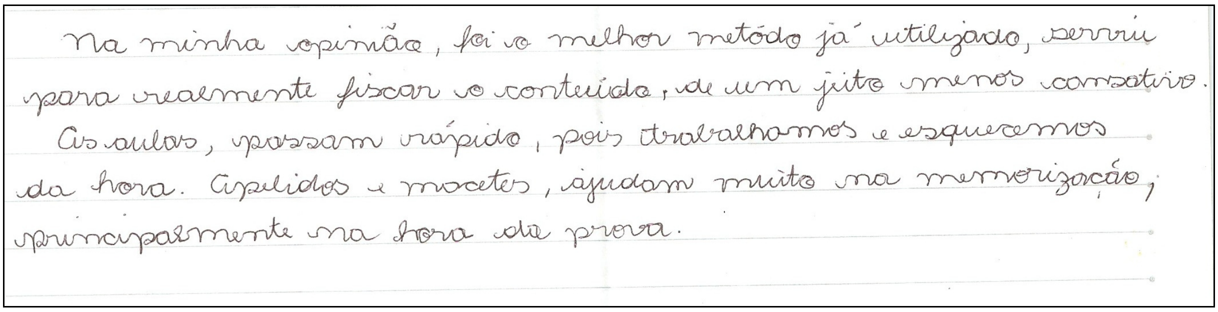

1- Eu achei bem interessante porque nos ajuda a entender melhor o conteudo.
2 Gostei muito gostará que tivesse em todos os conteudos de matemática e em outras disciplinas também!

Figura 37 – Parecer do aluno G.
Fonte: Autoria própria.

Nessa abordagem sobre o material, fica clara a importância da fixação de conteúdos para os alunos. A professora, ao lhes entregar o material, não falou que seria para fixar e revisar os conteúdos, no entanto, esse aluno percebeu seu objetivo. Outro aspecto relevante mencionado por ele é que a diversidade de práticas – como ocorreram no estágio – na abordagem do conteúdo pode favorecer a aprendizagem.



Na minha opinião, foi o melhor método já utilizado, serviu para realmente fixar o conteúdo, de um jeito menos cansativo.
As aulas, passam rápido, pois trabalhamos e esquecemos da hora. Apelidos e macetes, ajudam muito na memorização, principalmente na hora da prova.

Figura 38 – Parecer do alno H
Fonte: Autoria própria.

Quando o aluno relata que as aulas passam rápido, pois trabalham e esquecem da hora, está se referindo também aos momentos proporcionados pela professora para fazer os exercícios. A autora durante todos os anos de sua prática em sala de aula ouviu essa afirmação, o que retrata que é possível fazer fixação sem que seja mecânica e maçante para o aluno.

Na página 15, encontra-se a explicação para o expoente zero e o uso dos parênteses nas Potências de expoente par ou ímpar. Explica também de maneira simples o sentido das regras e generalizações na Matemática.

Pode sim, observe a sequência:

$$2^3 = 8$$

$$2^2 = 4$$

$$2^1 = 2$$

$$2^0 = ?$$

Vamos pensar no caso da divisão por 2:

$$8:2 = \frac{8}{2} = \frac{2.2.2}{2.} = 2.2 = 4 \qquad 4:2 = \frac{4}{2} = \frac{2.2}{2} = 2$$

Então pela sequência: $\boxed{2:2 = \frac{2}{2} = 1}$**, se aplicarmos a propriedade da divisão de potência de mesma base (DIDI), visualizamos facilmente:** $2^1 : 2^1 = 2^{1-1} = 2^0 = 1$

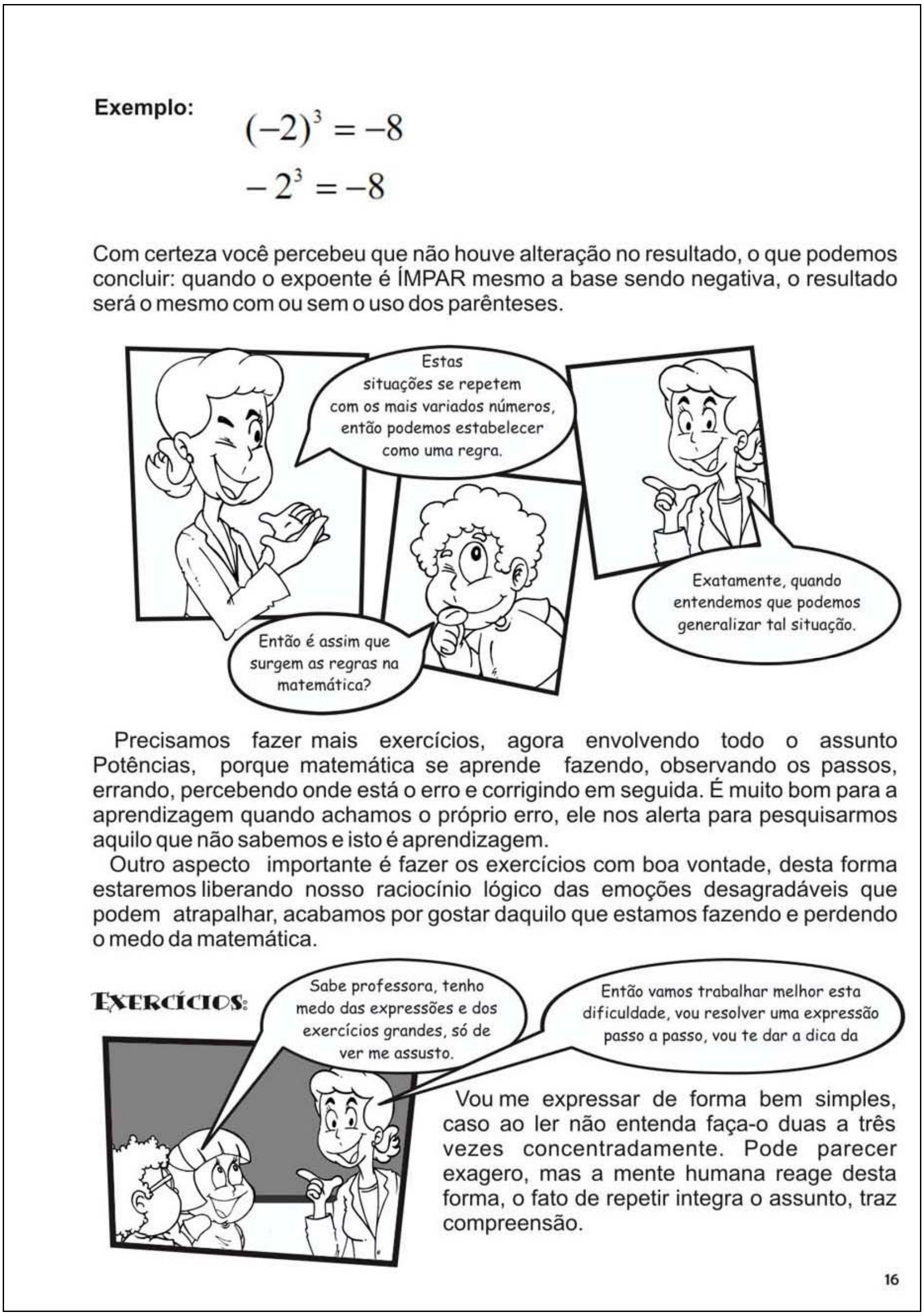
Perceba que os números são exatamente os mesmos a única diferença está no uso ou não do parênteses. Quando houver parênteses o sinal também estará elevado ao expoente:

$$(-)^{par} = + \text{ e } (-)^{ímpar} = -$$

Mas, esta situação tem resultados diferentes quando o expoente é um número PAR, veja este outro exemplo para depois tirar novas conclusões:

15

Figura 39 – Página 15 do Poduto
Fonte: Autoria própria.



Exemplo:

$$(-2)^3 = -8$$

$$-2^3 = -8$$

Com certeza você percebeu que não houve alteração no resultado, o que podemos concluir: quando o expoente é ÍMPAR mesmo a base sendo negativa, o resultado será o mesmo com ou sem o uso dos parênteses.

Precisamos fazer mais exercícios, agora envolvendo todo o assunto Potências, porque matemática se aprende fazendo, observando os passos, errando, percebendo onde está o erro e corrigindo em seguida. É muito bom para a aprendizagem quando achamos o próprio erro, ele nos alerta para pesquisarmos aquilo que não sabemos e isto é aprendizagem.

Outro aspecto importante é fazer os exercícios com boa vontade, desta forma estaremos liberando nosso raciocínio lógico das emoções desagradáveis que podem atrapalhar, acabamos por gostar daquilo que estamos fazendo e perdendo o medo da matemática.

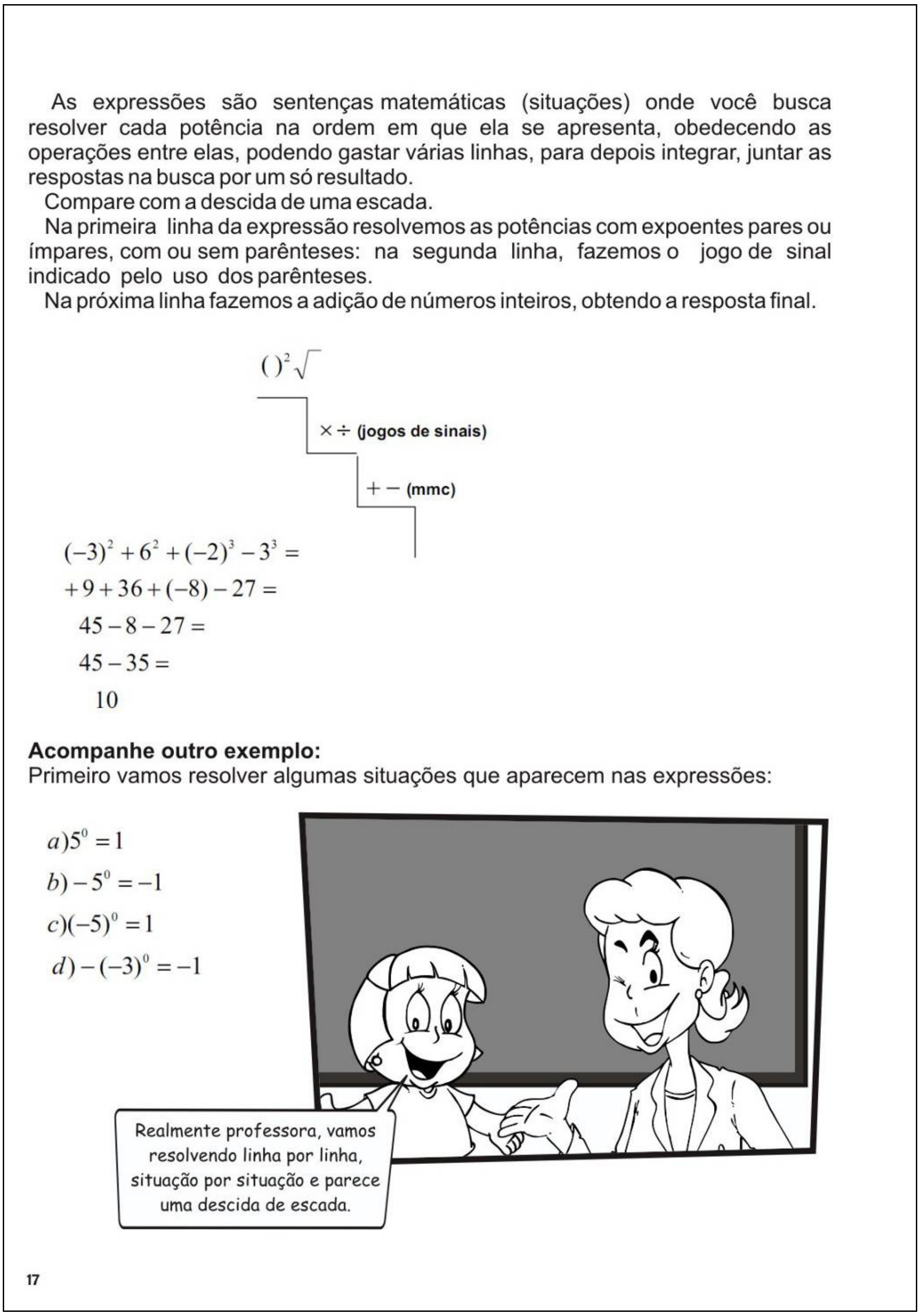
EXERCÍCIOS:

Vou me expressar de forma bem simples, caso ao ler não entenda faça-o duas a três vezes concentradamente. Pode parecer exagero, mas a mente humana reage desta forma, o fato de repetir integra o assunto, traz compreensão.

16

Figura 40 – Página 16 do produto.
Fonte: Autoria própria.

Na página 17, o produto apresenta um desenho esquemático de uma escada de operações matemáticas. Embora a autora saiba que esta representação possa gerar discussões acaloradas, no sentido de ser considerada como macete ou mecanismo, insiste na proposta e reforça a sua apresentação. Justifica seu ponto de vista por considerar que todos os alunos podem entender Matemática, que é para todos e não apenas para um grupo de alunos que apresentem facilidade. Esses procedimentos dão reforço psicológico ao aluno com dificuldade – a prática trouxe essa segurança à autora – e depois de alcançado o objetivo pode ser dispensada pelo aluno. Muitos deles, ao longo do tempo de trabalho da autora relataram que perderam o medo de fazer expressões desde que viram a ordem das operações dessa forma.



As expressões são sentenças matemáticas (situações) onde você busca resolver cada potência na ordem em que ela se apresenta, obedecendo as operações entre elas, podendo gastar várias linhas, para depois integrar, juntar as respostas na busca por um só resultado.

Compare com a descida de uma escada.

Na primeira linha da expressão resolvemos as potências com expoentes pares ou ímpares, com ou sem parênteses: na segunda linha, fazemos o jogo de sinal indicado pelo uso dos parênteses.

Na próxima linha fazemos a adição de números inteiros, obtendo a resposta final.

$()^2 \sqrt{\ }$

$\times \div$ (jogos de sinais)

$+ -$ (mmc)

$$(-3)^2 + 6^2 + (-2)^3 - 3^3 =$$
$$+9 + 36 + (-8) - 27 =$$
$$45 - 8 - 27 =$$
$$45 - 35 =$$
$$10$$

Acompanhe outro exemplo:

Primeiro vamos resolver algumas situações que aparecem nas expressões:

$a) 5^0 = 1$

$b) -5^0 = -1$

$c) (-5)^0 = 1$

$d) -(-3)^0 = -1$

17

Figura 41 – Página 17 do produto.
Fonte: Autoria própria.

Nas páginas 18 e 19, o produto apresenta exercícios distribuídos de forma gradativa, do menor grau para o de maior exigência. Acredita-se que dessa forma se consegue estruturar melhor o conteúdo na mente do aluno. Essa colocação da autora está de acordo com a citação de Piaget – no capítulo 2 – sobre o movimento contínuo e perpétuo de reajustamento e equilibração. Dada sua importância para o entendimento do que se pretende nesta parte do produto, refaz-se a citação:

> A ação humana consiste neste movimento contínuo e perpétuo de reajustamento ou de equilibração. É por isto que, nas fases de construção inicial, se pode considerar as estruturas mentais sucessivas que produzem o desenvolvimento como formas de equilíbrio, onde cada uma constitui um progresso sobre as precedentes (PIAGET, 1964, p.15).

No exercício 3 da página 18, as figuras apresentadas estabelecem a relação entre o produto de potência de mesma base e a área do quadrado, associando este conhecimento a uma composição geométrica.

Importante: O zero é um número par.

Vamos iniciar por exemplos simples:

1) Determine o valor das expressões.

$a)3^2 + (-5)^2 =$

$b)(-2)^3 - (-1)^3 =$

$c)(-7)^2 - 4.2.(-2) =$

$d)(-6)^2 - 4.(-3).(-3) =$

2) Qual é o valor numérico das expressões:

$a) - 5^0 + 3^0 - (-4)^0$ $\qquad$ $b)\sqrt{\frac{1}{25}} + (0{,}17)^0$

3) Na sequência de figuras cada quadrado tem $1cm^2$ de área:

Recordando a área do quadrado: $A = l.l$

$A = l^2$

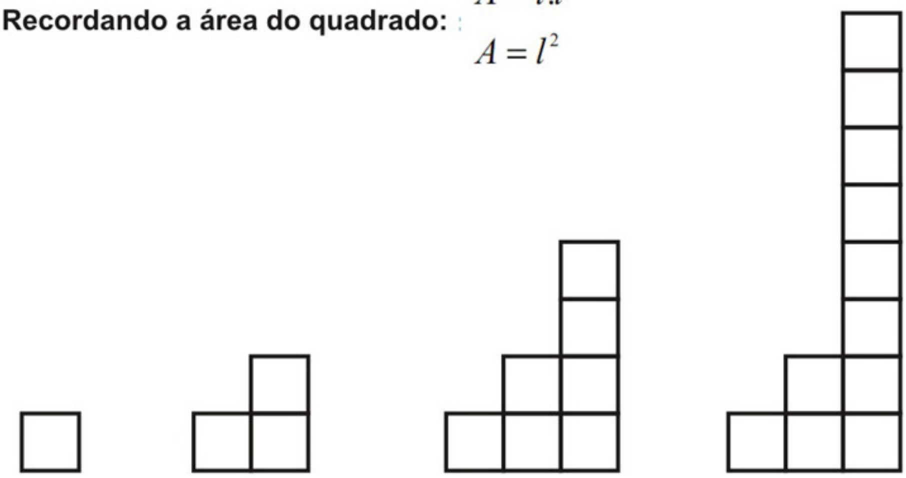


Figura 1 $\quad$ Figura 2 $\quad$ Figura 3 $\quad$ Figura 4

Vamos expressar as áreas na forma de potência de base 2.

A área da figura 1 é: $1cm^2$ **ou** $(2)^0\ cm^2$

Figura 42 – Página 18 do produto.
Fonte: Autoria própria

A área da figura 2 é: $3cm^2$ **ou** $(2^0 + 2^1)cm^2$

A área da figura 3 é: $7cm^2$ **ou** $(2^0 + 2^1 + 2^2)cm^2$

A área da figura 4 é: $15cm^2$ **ou** $(2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3)cm^2$

Supondo que as próximas figuras sigam o mesmo padrão, responda:

a) Como podemos escrever a área da figura 5, usando uma adição de potências de 2?

b) Usando uma adição de potências de 2, como podemos escrever a área da figura 8 da sequência?

c) A área da figura 10 da sequência será quantos centímetros quadrados a mais que a área da figura 9?

4) Se você simplificar a expressão $\dfrac{3}{(2x+1)^0}$, que resultado vai obter?

19

Figura 43 – Página 19 do produto.
Fonte: Autoria própria.

Um aspecto interessante do produto, percebido pelo aluno nesse parecer, foi a forma interativa do material:

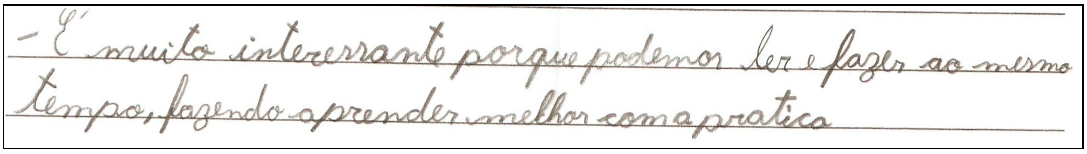

- É muito interessante porque podemos ler e fazer ao mesmo tempo, fazendo aprender melhor com a pratica

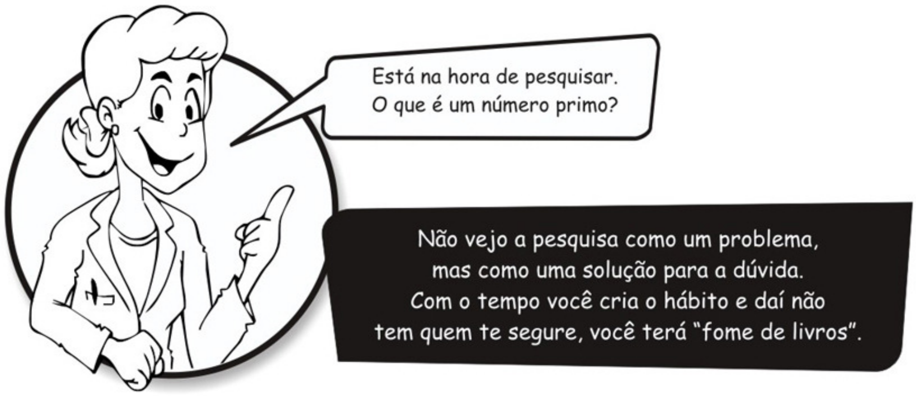
Figura 44 – Parecer do aluno I
Fonte Autoria própria.

Nas páginas 20 e 21, há a abordagem sobre a pesquisa, na qual a professora deixa claro seu parecer sobre o tema e incentiva o aluno para tal, abrindo espaço no material para que pesquise e responda a definição de número primo. Discorre sobre expressões com transformação de base – redução para um número primo – apresenta a decomposição de fatores primos. Nessa sequência, a professora em seu diálogo com a aluna Giselle ressalta – nas entrelinhas – que a memorização de trabalho ou de curta duração, como a aluna se refere “apenas para uma prova”, é insuficiente. Explica que o passo a passo dos exercícios, desde que apresentem sentido e conduzam à reflexão, é que geram conhecimento significativo e a mudança de postura do aluno em relação à matemática.

Essa ideia vem de encontro com as novidades neurocientíficas apresentadas por Bravo (2010) da *Universidad Complutense de Madrid,* assim ele se expressa:

> “[...] pesquisa em neurociência nos diz que quanto mais você repetir uma ação mais aumenta a capacidade de lembrar. Temos que refletir as ações realizadas na escola para a aprendizagem da matemática.” (REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN, 2010, p.2)

Mais uma vez, ressalta-se, nesse trabalho, que repetir a ação como se refere Bravo na citação acima, é o que faz aprender Matemática. Essa ação, no entanto, deve ser rica em significado e reflexão.



Número primo é:____

As expressões com potências nem sempre se apresentam com bases de números primos,no entanto, podemos transformá-las por meio da **decomposição em fatores primos**, isto facilita a resolução, acompanhe:

Exercício:

Aplicando as propriedades das potências, escreva na forma de uma única potência de base 3 a expressão.

$$\frac{9^3.27^4.3^{-7}}{3^{-1}.243^2}.$$

Vejamos: $9 = 3^2$

$27 = 3^3$

$243 = 3^?$

Vamos decompor o 243 em fatores primos:

234	**3**	
81	**3**	
27	**3**	
9	**3**	
3	**3**	
1	3^5	3^5

20

Figura 45 – Página 20 do produto.
Fonte: Autoria própria.

$$\frac{9^3.27^4.3^{-7}}{3^{-1}.243^2}=$$

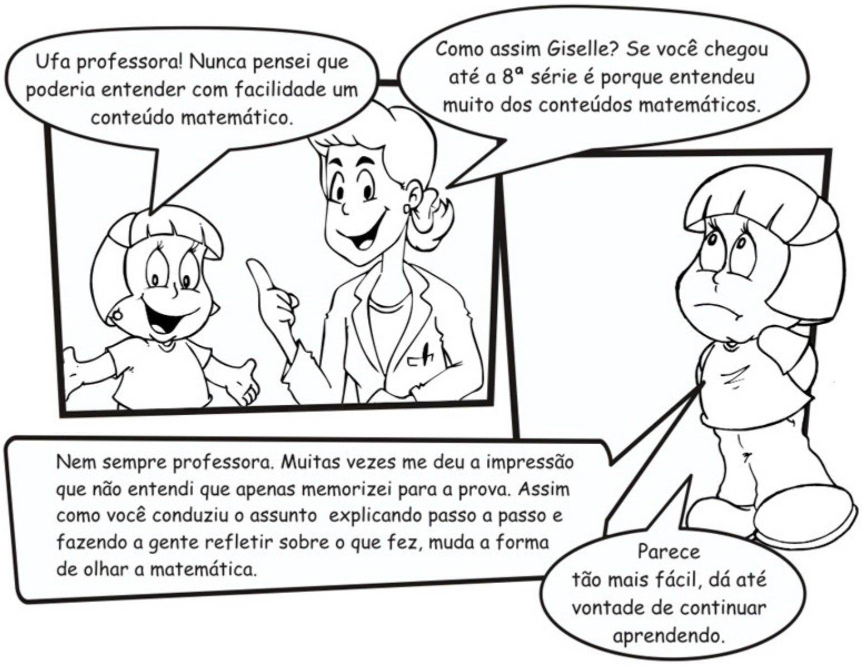
$$\frac{(3^2)^3.(3^3)^4.3^{-7}}{3^{-1}.(3^6)^2}=$$

$$\frac{3^6.3^{12}.3^{-7}}{3^{-1}.3^{12}}=$$

$$\frac{3^{(6+12-7)}}{3^{-1+12}}=$$

$$\frac{3^{11}}{3^{11}}=3^0$$

Agora é com vocês:
Aplicando as propriedades das potências escreva a expressão $\dfrac{125^6.25^{-3}}{(5^2)^{-3}.25^7}$ na forma de uma única potência de base 5.



21

Figura 46 – Página 21 do produto.
Fonte: Autoria própria.

Como última página, a de nº 22, a professora revela-se aos alunos. Mostra-lhes que também tinha dificuldades em Matemática quando pequena e qual foi o caminho que se utilizou para obter sucesso na disciplina. A postura da professora diante do aluno ao mesmo tempo em que brinca sobre os conhecimentos, confere a seriedade e a disposição que se deve ter para aprender.

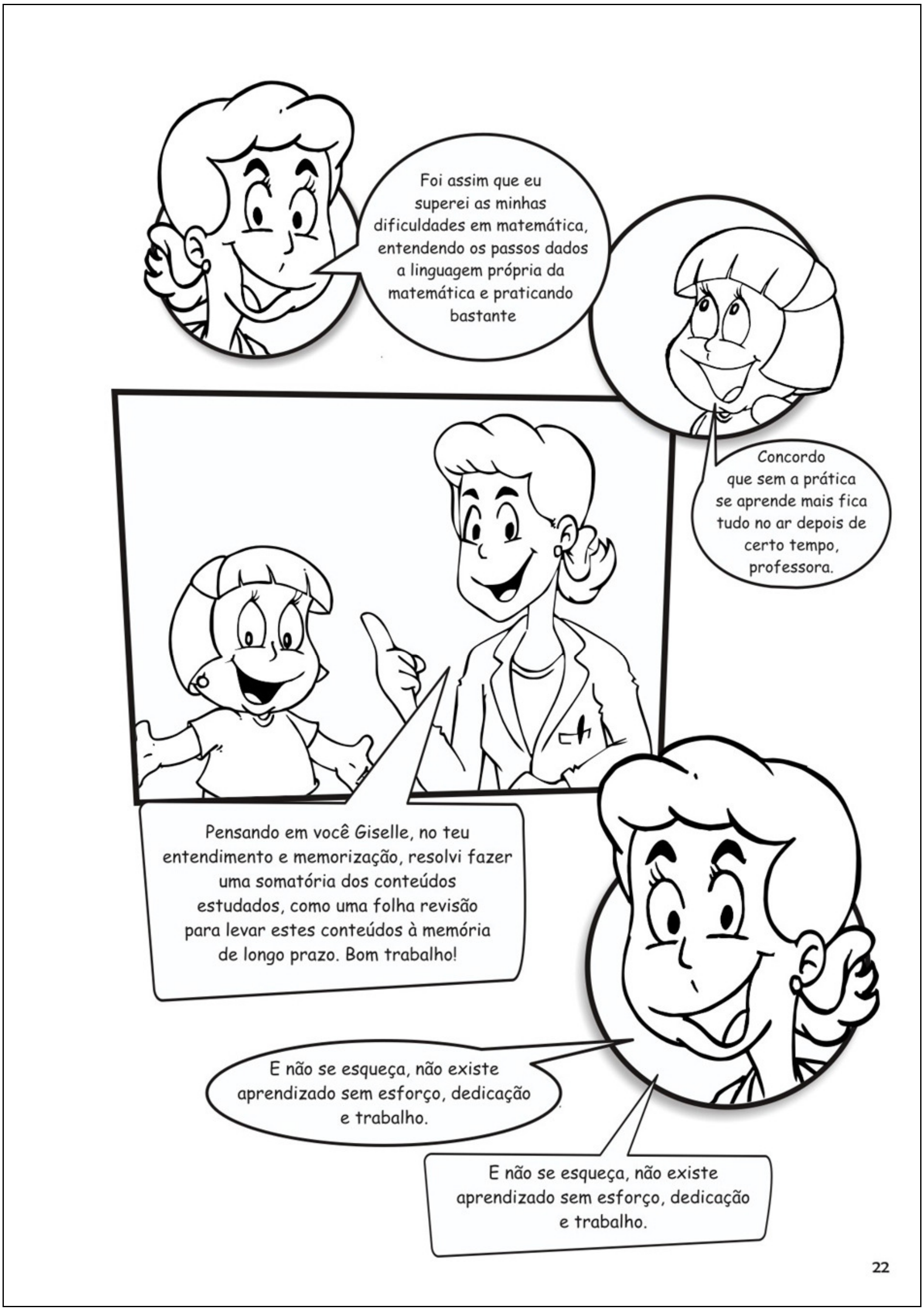
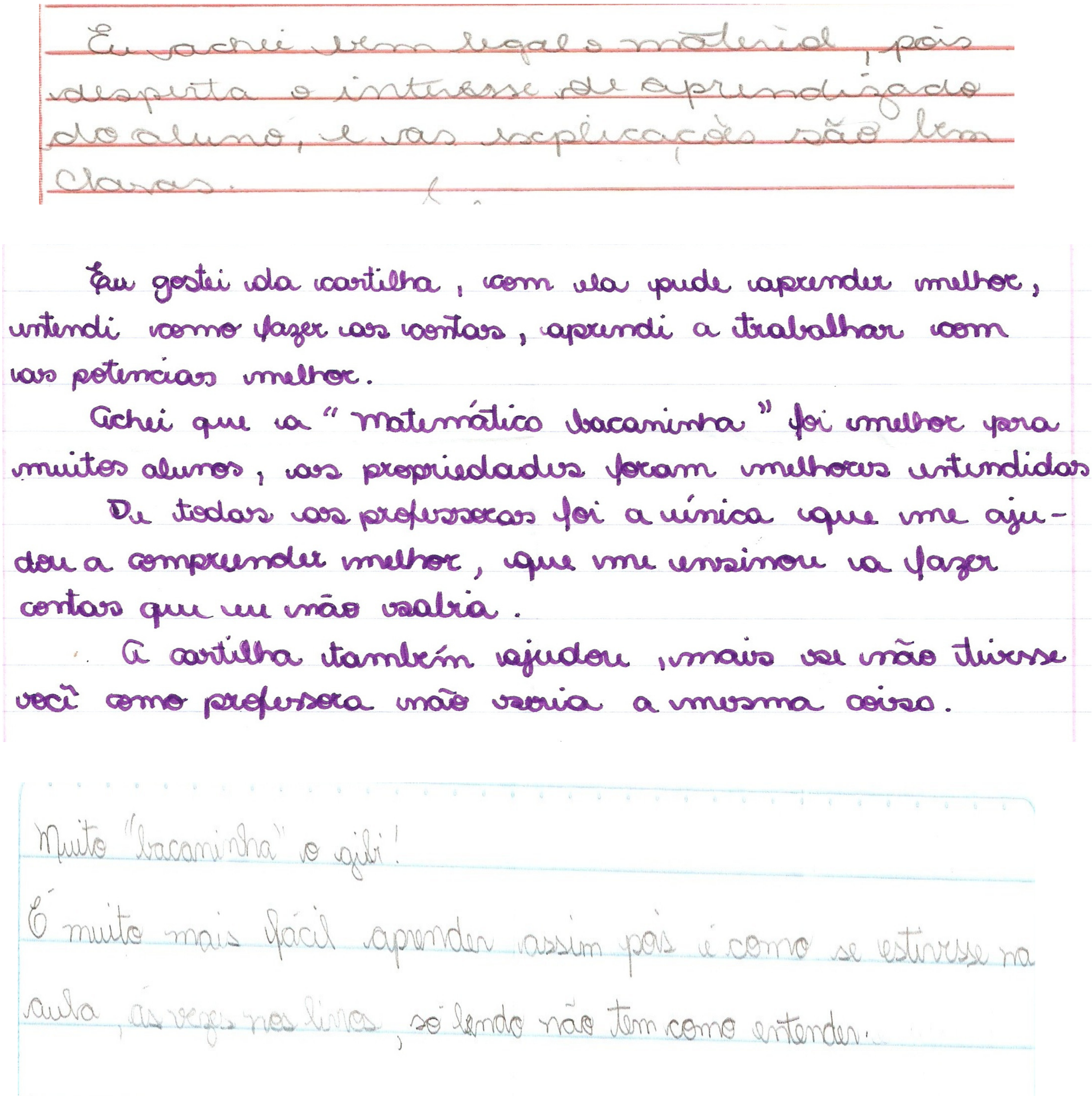


Figura 47 – Página 22 do produto.
Fonte: Autoria própria.

A revista “Matemática Bacaninha” foi aplicada no período de quatro horas aulas.

Os pareces seguintes sobre esse material mostram que os objetivos a que o mesmo se propôs foram entendidos pelos alunos que assim se expressaram:



Eu achei bem legal o material, pois desperta o interesse de aprendizado do aluno, e as explicações são bem claras.

Eu gostei da cartilha, com ela pude aprender melhor, entendi como fazer as contas, aprendi a trabalhar com as potencias melhor.

Achei que a "Matemático bacaninha" foi melhor para muitos alunos, as propriedades foram melhores entendidas

De todas as professoras foi a única que me ajudou a compreender melhor, que me ensinou a fazer contas que eu não sabia.

A cartilha também ajudou, mais se não tivesse você como professora não seria a mesma coisa.

Muito "bacaninha" o gibi!

É muito mais fácil aprender assim pois é como se estivesse na aula, ás vezes nos livros, só lendo não tem como entender.

Figura 48 – Opiniões dos alunos sobre o produto.
Fonte: Autoria própria.

A revista "Matemática Bacaninha" alcançou o objetivo a que se propôs. As opiniões dos alunos sobre a mesma deixam clara a sua validação como um material interessante, que desperta a vontade de aprender e ajuda a entender melhor o conteúdo. O aluno gostou da forma como a linguagem matemática foi colocada sobre o conteúdo em relação ao livro didático, quando afirma que a linguagem é simples e parece estar em uma aula.

O parecer do aluno H considerou a revista como o melhor método já utilizado. Esse aluno expressa que o material serviu realmente para fixar o conteúdo mostrando o quanto a fixação é importante para o aluno. Outra abordagem desse aluno também relevante para a validação deste trabalho de pesquisa foi associar com a memorização a utilização dos apelidos, macetes confirmando mais uma vez que a fixação se dá pela repetição de formas variadas, "criativas".

Quando ele diz: *"as aulas passam rápido, pois trabalhamos e esquecemos da hora",* reforça o parecer da autora deste trabalho: o aluno passa a gostar de estudar e a se interessar pela matemática quando reestrutura as lacunas deixadas em conteúdos anteriores.

Na opinião dos alunos a revista "Matemática Bacaninha" é interessante pelo fato de apresentar-se como um material interativo, de poderem resolver os exercícios durante a leitura, fazer suas considerações. Essa interação para a professora-pesquisadora refere-se à construção do conhecimento. Esse parecer confirma que é por meio da repetição que acontece a estruturação do raciocínio lógico para o aluno e que as considerações da neurociência sobre a memorização e a cognição passam pela internalização do aluno a respeito do conteúdo. Não existe milagre, mas existe trabalho para conferir ligações entre os neurônios e facilitar a aprendizagem.

No segundo parecer, a aluna parece desabafar, explica que suas necessidades básicas como "continhas" foram esclarecidas durante as aulas revela o quanto é importante para o aluno compreender a matéria e ter um bom relacionamento com o professor. Essas explicações dadas pela aluna sobre suas dificuldades e como foram solucionadas reforçam a ideia expressa neste trabalho do quanto é importante para o aluno uma base bem estruturada. Do aluno conhecer bem o cálculo básico saber aplicá-lo, sinalizando positivamente para o reforço da base matemática tantas vezes defendida neste trabalho.

Outro parecer relevante que mostra a afinidade do aluno com o material foi indicado por uma aluna quando diz que gostaria muito que outros conteúdos não só os de matemática, mas de outras disciplinas tivessem a mesma forma de abordagem. Relata a facilidade sentida por esse aluno para compreender o assunto tratado na revista "Matemática Bacaninha", que ele atribui à linguagem descontraída, quando afirma: *"é como se estivesse na aula".* Esses pareceres dos alunos são significativos para esta pesquisa, indicam que os caminhos utilizados atingem o aluno.

Ao analisar esses pareceres nota-se os aspectos favoráveis à aprendizagem, e que os caminhos utilizados atingiram os alunos. Certamente os achados neurocientíficos sobre o cérebro humano à respeito da repetição para a fixação dos conteúdos são confirmados na prática da sala de aula. Outro aspecto relevante para os alunos é ter um professor aberto às suas dúvidas e necessidades. Dar-lhes espaço para se manifestarem, sem medo de serem ridicularizados, é uma postura que abre caminhos para a aprendizagem.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O trabalho do professor de matemática, interessado e comprometido com a aprendizagem significativa é desafiador. Os caminhos conhecidos como teorias educacionais, muitas vezes, acabam deixando lacunas e margem para interpretações equivocadas. Da mesma forma, que trazem benefícios podem interferir negativamente nos resultados de sua aplicação. Como aconteceu com o construtivismo de Jean Piaget, muitos professores foram impulsionados pela concretização, interpretaram desnecessárias as práticas como a fixação e a memorização e o ensino decaiu sensivelmente. Essas práticas são fundamentais ao aprendizado.

Quando foram apresentados neste trabalho os pareceres de Zélia Chiarottino a respeito da interpretação errada sobre a teoria de Piaget está se afirmando que os modismos quando olhados como o único caminho para o aprendizado podem prejudicar gerações.

No entanto, é importante analisá-las de forma atualizada, como a autora propôs neste trabalho, sob a luz das neurociências. Os avanços tecnológicos permitiram novos exames que tornam possíveis a visualização do cérebro no momento da realização de cálculos básicos, de jogos vídeo *game*, de leituras e pôde assim trazer ao palco de discussões a importância de fazer o aluno pensar matemática, de fazer exercícios, de praticar raciocínios conectados com a realidade e porque não fazê-los pelo gosto de abstrair?

Esses exames tornaram possível mostrar que a prática de cálculos movimenta maiores regiões do cérebro que os jogos de vídeo *game*, quebrando o tabu de que esses eram o tipo de atividade de pensamento que mais faziam o cérebro trabalhar. Os esclarecimentos que a ciência trouxe por meio do estudo do cérebro "Neurociência" pode contribuir para a prática docente, acalorar discussões sobre a confecção de exercícios de fixação sem o receio de assumir essa prática e sem o receio de ser considerado retrógrado.

No entanto, essas práticas devem ser realizadas na medida certa e envolvendo múltiplas situações de raciocínio sobre um mesmo assunto. Em grande parte o professor é responsável pela construção das estruturas cognitivas de seus alunos, assim como do seu desenvolvimento e abstrações.

Somos estruturadores de ambientes e de mentalidades. Se julgarmos que somos capazes de fazer aquele adolescente mudar situações e hábitos, devemos nos empenhar para isso.

É o trabalho do professor no conhecimento de cada aluno que fará essa mudança. Esse trabalho é muito exigente, mas enquanto tratarmos as dificuldades dos alunos no coletivo, possivelmente cometeremos falhas. As práticas de ouvir as dúvidas dos alunos como retratadas neste trabalho intituladas de “Plantão de Atendimento”, tem essa perspectiva, conhecer melhor o pensamento matemático do aluno, ficar mais próximo de suas dificuldades, estabelecendo laços de compreensão e ajuda. O professor ganha muito com este processo, aprende com seus alunos onde pode melhorar sua prática para o aluno entender melhor o assunto tratado.

A neurociência, aqui apresentada, pode esclarecer aspectos importantes diretamente ligados à cognição. Reforçando o papel da repetição para que haja a memorização de longo prazo e quiçá abra caminhos para que o professor torna-se mais seguro diante da condução dos conteúdos básicos na disciplina de matemática. Destaca-se também a relação estabelecida entre a neurociência e a teoria Psico-genética de Jean Piaget por Zélia Chiarottino e o quanto a neurociência pode estar próxima de aspectos fundamentais da mesma. Trata-se de um estudo novo que relaciona esses ramos da ciência, que poderá ser melhor explorado em trabalhos futuros.

Outro aspecto relevante apresentado pela neurociência é o da emoção vinculada às memórias. Uma emoção positiva pode facilitar para o aluno guardar o conteúdo referido a essa emoção na memória de longa duração. Foi impulsionada por essa perspectiva é que a autora deste trabalho construiu a revista em quadrinhos “Matemática Bacaninha”. Essa revista trouxe aos alunos uma forma descontraída e de linguagem mais acessível e, porque não dizer, atual do conteúdo “Potências e suas Propriedades”.

Durante a pesquisa, a professora-pesquisadora percebeu que, embora na turma B, a proposta de trabalho não fosse firmada dentro das concepções apresentadas pela neurociência, não houve possibilidade de desvincular os processos e as metodologias dos caminhos que a mente humana se utiliza para estruturar o pensamento e à internalização do conhecimento. Diz-se isto ao refletir sobre a quantidade de repetições por meio dos problemas apresentados nas aulas e por meio dos exercícios.

No entanto, com esses alunos não se reforçou os caminhos que trabalham a emoção do aluno para facilitar a memorização. Fato que aconteceu com os alunos da 8ª série C, pois obtiveram durante as aulas essa ligação e na revisão mais uma vez estabeleceram elos entre os aspectos abordados.

Os relatos dos alunos da turma B, que só receberam a revista “Matemática Bacaninha”, depois da prova sobre o assunto, revelou o quanto seria importante para ele esse tipo de revisão.

A pesquisa não teve o intuito de ir contra movimentos em prol do ensino da matemática enfatizando situações do dia a dia, situações problemas, ou a etnomatemática, ao contrário, em muitas situações, alguns desses caminhos foram utilizados. Acredita-se na liberdade do professor em aplicar o melhor percurso para seus alunos em cada conteúdo.

O ponto fundamental foi considerar a repetição de conteúdos para formar a base matemática como um instrumento disponível nas estruturas cognitivas do aluno. Que ele saiba operar e escolher as operações necessárias na resolução de uma situação problema sem ter medo ou fique inseguro de seu cálculo e de seu raciocínio. Essa certeza só a prática da matemática pode lhe conferir.

Cabe o questionamento: *O advento da tecnologia e a modernidade aboliram faculdades da mente humana capazes de fazer a retenção e assimilação do conhecimento?*

Ao incentivar os alunos para uma formação sólida se está contribuindo para que a matemática continue em expansão.

REFERÊNCIAS

ANDRADE, V. M.; SANTOS, F. H. dos; BUENO, O. F. A. Reabilitação: um modelo de atendimento interdisciplinar em esclerose múltipla. **Neuropsicologia Hoje**. São Paulo: Artes Médicas, 2004.

BECKER, F. **Epistemologia do Professor: O Cotidiano da Escola.** 7. ed. Petrópolis/RJ: Editora Vozes, 1999.

BERTOLOZZI, M. R. **Um Estudo sobre a Memória e Solução de Problemas: Enfoque Das Neurociências.** 2004. 79f. Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica da Pontifícia Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Construção Civil. Disponível em: <http://www.teses.usp.br/teses/...30092004.../marciaberolozzitde. pdf >. Acesso em 13 jan. 2010.

BOYER, C. B. **História da Matemática.** 2. ed. São Paulo: Editora Edgard Blucher LTDA, 1999.

BRAVO, J. A. F. Neuriciencias y Enseñanza de La Matemática: Prólogo de Algunos Retos Educativos. **Revista Iberoamericana de Educacion,** Madri, v. 51, n. 3, 1-11, jan., 2010.

BRITO, Márcia R. F. de. **Psicologia da Educação Matemática.** Teoria e Pesquisa. Florianópolis: Insular, 2005.

BUENO, O. F. A;. OLIVEIRA, M. G. M de. **Memória e Amnésia: Neuropsicologia Hoje.** São Paulo: Artes Médicas, 2004.

CARDOSO, S. H.; SABBATINI, R. M. E. Aprendizagem e Mudanças no Cérebro. Cérebro e Mente. SIMPÓSIO DE TÉCNICOS DE APOIO AO ENSINO E PESQUISA DA UNICAMP, 11., **Anais...** Campinas, p.3, 2007. Disponível em: <http://www.cerebromente.org.br/n11/mente/einstein/rats-p.html> Acesso em 3 out. 2009.

CARMO, J. dos S. **Fundamentos Psicológicos da Educação.** Curitiba: IBPEX, 2010.

CHIARITTINO, Z. **Piaget século XXI.** Lpg Laboratório de Psicilogia Genética: Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Educação. Cidade Universitária “Dr Zeferino Vaz”: Campinas São Paulo, 2002.

DAVIS, C; OLIVEIRA, Z. de. **Psicologia na Educação**. São Paulo: Cortez, 1990.

FERREIRO, E. **Atualidade de Jean Piaget.** Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

FIORI, N. **As neurociências cognitivas.** Petrópolis: Vozes, 2008.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa.** São Paulo: Atlas, 1991.

GIOVANNI, J. R.; GIOVANNI, Jr. **A Conquista da Matemática.** São Paulo: Ed. FTD, 2007.

GOLBERT, C. S. A. **Evolução psicolinguística e suas implicações na alfabetização:** teorias – avaliação – reflexões. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.

GOMEZ, A. M. S.; TÉRAN, N. E. **Dificuldades de Aprendizagem,** Rio de Janeiro: Cultural, 2010.

IZQUIERDO, I. **A arte de esquecer.** Rio de Janeiro: Vieira &Lent, 2007.

JAIME, F. **A Revolução da aprendizagem:** um sistema de aprendizagem para o desenvolvimento do cérebro e a expansão da mente. Goiânia: Kelps, 2001.

KUMON, T. **Estudo Gostoso de Matemática.** O Segredo do Método Kumon. 7 ed. São Paulo: Ediouro Publicações S.A. , 1995.

MADER, J. M.; TBAIS, M. E. R. O.; FERREIRA, M. G. R. **Inteligência:** um conceito amplo. São Paulo: Artes Médicas, 2004.

MAGALHÃES, G. **Introdução à metodologia da pesquisa.** Ática Universidade. 2005.

MARCONI, M. de A; LAKATOS, E. M. **Metodologia científica.** 4. ed. São Paulo: Atlas, 2004.

MORA, E. **Psicologia infanto adolescente.** Impresso E.U. : Equipe Grupo Cultural, 2007.

MORA, E. **Puberdade e adolescência.** São Paulo: Cultural, 2007.

MOREIRA, M. A. **Teorias de aprendizagem.** São Paulo: Ed. Pedagógica Universitária, 1999.

MOREIRA, M. A.; MASINI, E. F. S. **Aprendizagem significativa:** a teoria de David Ausubel. 2. ed. São Paulo: Centauro, 2006.

MOURA, Ênio. **Biologia educacional:** noções de biologia aplicadas à educação. São Paulo: Moderna, 1996.

NECON. Núcleo de Pesquisas em Contabilidade. 2005.

NORONHA, F. **Contribuições da neurociência para a formação de professores.** 2008.Disponível em: http://www.webartigos.com/authors/.../fatima-noronha. Acesso em: 2 jan. 2008.

OLIVEIRA, M. K. de. **Vigotsky: aprendizado e desenvolvimento:** um processo sócio-histórico. São Paulo: Scipione, 1993.

PAIS, L. C. **Didática da matemática:** uma análise da influência francesa. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

PERRENOUD, P. **A pedagogia na escola das diferenças:** fragmentos de uma sociologia do fracasso. 2. ed. São Paulo: Artmed, 2001.

PERRISSÉ, G. **Palavras e origens.** 2. ed. São Paulo: Saraiva, 2010.

PIAGET, J**. Seis estudos de psicologia.** Rio de Janeiro: Companhia Editora Forense, 1964.

PISA- Programa Internacional de Aferição de Estudantes. Disponível em: <http://www.pisa.ocde.org/> Acesso em 04 ago. 2008.

QUIVY, R.; CAMPENHOUDT, L. **Manual de Investigação em Ciências Sociais**. 4. ed. Lisboa/Portugal: Gradiva, 2005.

RICHARDSON, R. J. **Pesquisa social:** métodos e técnicas. São Paulo: Atlas, 1989.

SANTOS. F. H. dos. **Funções e**xecutivas: neuropsicologia hoje. São Paulo: ed.Artes Médicas, 2004.

SEBER, M. da G. **Piaget:** o diálogo com a criança e o desenvolvimento do raciocínio. São Paulo: Editora Scipione, 1997.

TABACOW, L. S. **Contribuições de neurociência cognitiva para a formação de professores e pedagogos.** 2006. 226 f. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica de Campinas, Centro de Ciências Sociais Aplicada, Pós-Graduação em Educação. Campinas, 2006.

TREFIL, J. **Somos Diferentes?** Rio de Janeiro: Ciência Atual Rocco, 1999.

UNESCO. **Relatório de Monitoramento de Educação para Todos Brasil**. 2008 Disponível em: <http://unesdoc.unesco.org/...brasilia/.../brasil/...brasil/education-for-all-in-brazil/->. Acesso em 14 out. 2010.

YIN, R. K. **Estudo de Caso.** 3. ed. São Paulo: Artmed, 2005.

ZETETIKE. Revista do Círculo de Estudo, Memória e Pesquisa em Educação Matemática. Universidade Estadual de Campinas, Campinas SP: UNICAMP – FE – CEMPEM, nº1, mar/1989.

APÊNDICE A - Exercícios

EXERCÍCIOS

1. Observe a seqüência e calcule:

a) 3^4 81 c) 3^2 9 e) 3^0 1 g) 3^{-2} $\frac{1}{9}$

b) 3^3 27 d) 3^1 3 f) 3^{-1} $\frac{1}{3}$ h) 3^{-3} $\frac{1}{27}$

2. Vamos calcular:

a) 2^{-1} $\frac{1}{2}$

b) 2^{-5} $\frac{1}{32}$

c) $(-2)^{-2}$ $\frac{1}{4}$

d) -2^{-4} $-\frac{1}{16}$

e) $-(-4)^{-3}$ $\frac{1}{64}$

f) $-(-10)^{-1}$ $\frac{1}{10}$

g) 10^{-3} $\frac{1}{1000}$

h) $-(-7)^{-2}$ $-\frac{1}{49}$

3. Calcule:

a) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$ 2

b) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$ 4

c) $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-2}$ 9

d) $\left(-\frac{1}{4}\right)^{-1}$ -4

e) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}$ $\frac{3}{2}$

f) $\left(-\frac{2}{5}\right)^{-2}$ $\frac{25}{4}$

g) $\left(-\frac{5}{3}\right)^{-3}$ $-\frac{27}{125}$

h) $-\left(-\frac{1}{6}\right)^{-1}$ 6

i) $-\left(-\frac{1}{3}\right)^{-2}$ -9

j) $-\left(-\frac{3}{2}\right)^{-3}$ $\frac{8}{27}$

4. Você sabe que $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$. Também podemos dizer que $\frac{1}{a^n} = a^{-n}$ (propriedade simétrica da igualdade). Nessas condições, escreva na forma de potência com expoente inteiro negativo as expressões:

a) $\frac{1}{10^2}$ 10^{-2} c) $\frac{1}{5^6}$ 5^{-6} e) $\frac{1}{6^4}$ 6^{-4}

b) $\frac{1}{7^3}$ 7^{-3} d) $\frac{1}{2^7}$ 2^{-7} f) $\frac{1}{10^8}$ 10^{-8}

5. Vamos calcular:

a) $\frac{1}{2^{-4}}$ 16 c) $2^{-3} \cdot 7$ $\frac{7}{8}$ e) $\frac{3^0}{2^{-5}}$ 32

b) $\frac{2}{4^{-2}}$ 32 d) $\frac{2^{-3}}{5^{-2}}$ $\frac{25}{8}$ f) $9^{-2} \cdot 3^3$ $\frac{1}{3}$

6. Qual é o valor da expressão?

$$(4^0 + 4^{-1}) : (4^0 - 4^{-1}) \quad \frac{5}{3}$$

7. Sabendo que a base é um número real não-nulo, simplifique as expressões algébricas dando a resposta com expoentes inteiros positivos.

a) $(2x^2)^{-3}$ $\frac{1}{8x^6}$ d) $(x^4y^{-2})^{-3}$ $\frac{y^6}{x^{12}}$

b) $(3a^2x^{-1})^{-2}$ $\frac{x^2}{9a^4}$ e) $(a^{-2} \cdot b^3)^{-1}$ $\frac{a^2}{b^3}$

c) $\left(\frac{ab^{-1}}{c^{-2}}\right)^{-1}$ $\frac{b}{ac^2}$ f) $\left(\frac{x^{-2}}{a^{-1}b}\right)^{-1}$ $\frac{bx^2}{a}$

8. Calcule:

a) $(-3)^{-1} + (-1)^{-3}$ $-\frac{4}{3}$ c) $(4^{-1} + 2^{-3})^{-1}$ $\frac{8}{3}$

b) $2^{-4} - 2^2$ $-\frac{63}{16}$ d) $(6^{-2} \cdot 3^2)^{-1}$ 4

9. Sabendo que a base é um número real não-nulo, efetue as operações indicadas e simplifique as expressões algébricas:

a) $(xy^{-2}) : (x^{-3}y)$ $\frac{x^4}{y^3}$ b) $(a^2b^{-1})^{-2} \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^{-1}$ $\frac{b^3}{a^5}$

10. Qual é o número real dado pela expressão a seguir? 10

$$2^0 + (-2)^4 \cdot 4^{-2} - (-2)^3$$

11. Simplifique a expressão algébrica a seguir, com $a \neq 0$ e $b \neq 0$. 2ab

$$\frac{a}{b^{-1}} + \frac{b}{a^{-1}}$$

12. Calcule o valor da expressão numérica. $-\frac{5}{6}$

$$\frac{-2^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}}{-2^4 + (-3)^2 + 4^0}$$

13. Simplifique a expressão a seguir e dê o seu valor numérico quando $x = y = 3$. $\frac{xy+1}{xy-1}$, $\frac{5}{4}$

$$\frac{x + y^{-1}}{x - y^{-1}}$$

Figura 49 – Exercícios de fixação

EXERCÍCIOS

1. Transforme numa só potência:

Lembre-se: aqui a base é sempre um número real não-nulo.

a) $7^9 \cdot 7^{-6}$ 7^3
b) $10^{-9} \cdot 10 \cdot 10^5$ 10^{-3}
c) $8^3 \cdot 8^{-6}$ 8^{-3}
d) $x^3 \cdot x^{-5} \cdot x^4$ x^2
e) $a^8 \cdot a^{-8} \cdot a^{-1}$ a^{-1}

2. Continue a transformar em uma só potência:

a) $6^4 : 6^5$ 6^{-1}
b) $2^7 : 2^{-2}$ 2^9
c) $7^{-4} : 7^{-1}$ 7^{-3}
d) $\dfrac{10^{-3}}{10^{-5}}$ 10^2
e) $\dfrac{x^6}{x^{-2}}$ x^8
f) $\dfrac{a^9}{a^{11}}$ a^{-2}

3. Transforme em uma só potência:

a) $(6^{-1})^4$ 6^{-4}
b) $(10^6)^{-2}$ 10^{-12}
c) $(5^{-1})^{-3}$ 5^3
d) $(x^6)^{-2}$ x^{-12}

4. Transforme em um produto de potências:

a) $(5 \cdot 11)^{-2}$ $5^{-2} \cdot 11^{-2}$
b) $(3 \cdot 10^2)^{-1}$ $3^{-1} \cdot 10^{-2}$
c) $(2^{-4} \cdot 5^4)^{-2}$ $2^8 \cdot 5^{-8}$
d) $(7^{-1} \cdot x)^{-3}$ $7^3 \cdot x^{-3}$

5. Transforme em um quociente de potências:

a) $(8 : 3)^{-2}$ $8^{-2} : 3^{-2}$
b) $(3 : 8)^{-2}$ $3^{-2} : 8^{-2}$
c) $(6^{-2} : 5)^{-4}$ $6^8 : 5^{-4}$
d) $(7^{-2} : 2^{-1})^{-3}$ $7^6 : 2^3$

6. Identifique como verdadeira ou falsa cada uma das igualdades:

a) $(2^5 \cdot 7^5) = (2 \cdot 7)^5$ V
b) $x : x^2 = x^{-1}$ V
c) $x^5 \cdot y^{10} = (x \cdot y^5)^5$ F
d) $xy^{-1} = (x^{-1} \cdot y)^{-1}$ V

7. Sabendo que $a = 10^{-7}$, $b = 10^{11}$ e $c = 10^{-4}$, determine:

a) $a \cdot b$ 10^4
b) $a \cdot c$ 10^{-11}
c) $b \cdot c$ 10^7
d) $a \cdot b \cdot c$ 10^0 ou 1

8. Qual é a forma mais simples de escrever a expressão $a^{2n-1} \cdot a^{n+1}$, sendo $a \neq 0$ e n um número inteiro? a^{3n}

9. Escreva cada uma das expressões com expoente positivo:

a) $(5^{-5})^2$ $\dfrac{1}{5^{10}}$
b) $2^3 \cdot 2^{-5}$ $\dfrac{1}{2^2}$
c) $\dfrac{5^2}{5^4}$ $\dfrac{1}{5^2}$
d) $(10^2)^{-3}$ $\dfrac{1}{10^6}$
e) $\dfrac{1}{(xy)^{-2}}$ x^2y^2
f) $6^{-4} \cdot 6^3$ $\dfrac{1}{6}$

10. Sendo x um número inteiro, escreva na forma de uma só potência cada uma das expressões:

a) $2^x \cdot 2^3$ 2^{x+3}
b) $7^x : 7^3$ 7^{x-3}
c) $(5^x)^3$ 5^{3x}
d) $8^{3x} \cdot 8^{-2x}$ 8^x
e) $10^{3x} : 10^{-2x}$ 10^{5x}
f) $7^x \cdot 7^{x+3}$ 7^{2x+3}
g) $\dfrac{2^n}{2^{n-1}}$ 2^1
h) $(2^2)^{x-1}$ 2^{2x-2}
i) $3^{x+1} \cdot 3^{x-1}$ 3^{2x}
j) $\dfrac{10^{x+3}}{10^x}$ 10^3

11. Qual é a forma mais simples de escrever cada uma das seguintes expressões, sendo x um número real não-nulo?

a) $\left(\dfrac{x^2}{x^{-3}}\right)^2$ x^{10}
b) $(x^{-3} \cdot x)^{-1}$ x^2
c) $(x^{n+1} \cdot x^{2-n})^{-2}$ $\dfrac{1}{x^6}$

44

Figura 50 – Exercícios de fixação
Fonte: Giovanni et al (2007, p. 36).

EXERCÍCIOS

1. Aplicando as propriedades, escreva na forma de uma só potência:

a) $2^9 \cdot 2^5$ 2^{14}

b) $3^{10} : 3^7$ 3^3

c) $(1{,}4)^6 \cdot (1{,}4)^4$ $(1{,}4)^{10}$

d) $(2{,}7)^5 : (2,7)$ $(2{,}7)^4$

e) $5^8 \cdot 5 \cdot 5^4$ 5^{13}

f) $\left(\frac{1}{2}\right)^7 : \left(\frac{1}{2}\right)^5$ $\left(\frac{1}{2}\right)^2$

g) $(0{,}1)^{10} \cdot (0{,}1)^8 \cdot (0{,}1)^2$ $(0{,}1)^{20}$

h) $(5^3)^7$ 5^{21}

i) $[(1{,}3)^4]^5$ $(1{,}3)^{20}$

j) $[(2^6)^2]^2$ 2^{24}

2. Transforme num produto de potências:

a) $(x \cdot y)^3$ x^3y^3

b) $(a \cdot b^2)^2$ a^2b^4

c) $(x^3 \cdot y^2)^4$ $x^{12}y^8$

d) $(a^2 \cdot b^5 \cdot c^3)^2$ $a^4b^{10}c^6$

3. Aplicando as propriedades, transforme em uma só potência as expressões:

a) $x^2 \cdot x \cdot x^8 \cdot x^3$ $(x \neq 0)$ x^{14}

b) $x^{12} : x^9$ $(x \neq 0)$ x^3

c) $(x^5)^4$ $(x \neq 0)$ x^{20}

d) $a \cdot a^7 \cdot a^2$ $(a \neq 0)$ a^{10}

e) $p^4 : p^3$ $(p \neq 0)$ p

f) $x^{10} \cdot x^7 \cdot x^8$ $(x \neq 0)$ x^{25}

g) $[(x^5)^2]^4$ $(x \neq 0)$ x^{40}

4. Responda:

a) Sendo $a = (3^2)^3 \cdot (3^3 : 3^2)^4$ e $b = (3^9)^2 : (3^4 \cdot 3^2)^2$, qual o valor de $a : b$? 3^4 ou 81

b) Quanto é o quadrado do cubo de 2^5? E o cubo do quadrado de 2^5? 2^{30}

*Lembre-se de que o expoente 2 é também chamado de **quadrado** e o expoente 3 é chamado de **cubo**.*

c) Quanto é a metade de 2^{10}? 2^9

Figura 51 – Exercícios de fixação

ANEXO A - Termo de Autorização

COLÉGIO Sagrada FAMÍLIA CSF

EDUCAR É CONSTRUIR

Ponta Grossa, 26 de fevereiro de 2010.

"O amor é sempre a principal condição de concórdia, força e sucesso"

(Zygmunt S. Felinski)

Senhores Pais

Sou professora de matemática do (a) seu filho (a) e faço estágio supervisionado do Mestrado em Ensino de Ciência e Tecnologia pela UTFPR, no Colégio Sagrada Família, mais especificamente nas 8.as séries da qual seu filho faz parte.

Venho pedir a autorização dos senhores para que possa fotografar seu filho fazendo a atividade de matemática proposta.

Essas fotografias farão parte da dissertação e ficarão na UTFPR. Não constará o nome do aluno, nem os resultados obtidos, apenas a imagem.

Se for de seu consentimento peço a gentileza de sua assinatura.

Agradeço a colaboração,

Luciana Montes Pizyblski

Amanda Russo.

Nome do aluno

Assinatura do responsável

Ir. Edites Bet

Ir. Edites Bet

Diretora