



Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Campus de Ponta Grossa



**A MODELAGEM MATEMÁTICA NA CALIBRAÇÃO DE MICRÔMETROS: UMA
ESTRATÉGIA DE ENSINO E APRENDIZAGEM PARA AJUSTE DE FUNÇÕES**

Rudolph dos Santos Gomes Pereira
Guataçara dos Santos Junior

PONTA GROSSA
Fevereiro-2011

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Etapas sugeridas para realizar um processo de Modelagem Matemática ..	8
Figura 2 – Micrômetro (0 - 25mm)	19
Figura 3 – Caixa de Bloco Padrão.....	20
Figura 4 – Medidas padrão x Erros das medições	22
Figura 5 – Medidas padrão x Erros das medições	23
Figura 6 – Linha de tendência polinomial para as Medidas padrão x Erros das medições	24

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Dados coletados pelo micrômetro 25_5	21
Quadro 2 – Erros das medições do micrômetro 25_5	22
Quadro 3 – Medidas padrão x Erros das medições	23
Quadro 4- Cálculo pelo modelo matemático estimado para calibração do micrômetro ($C(x)$)	25
Quadro 5- Medidas padrão para aplicação do modelo matemático	26
Quadro 6- Medidas padrão para aplicação do modelo matemático	26

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	5
2 MODELAGEM MATEMÁTICA.....	6
2.1 ETAPAS DE UM PROCESSO DE MODELAGEM MATEMÁTICA.....	7
2.2 MODELAGEM MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA.....	9
2.3 COMO IMPLEMENTAR A MODELAGEM MATEMÁTICA EM SALA DE AULA	11
2.4 ARGUMENTOS RELATIVOS DA IMPLEMENTAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA EM SALA DE AULA	13
2.4.1 Argumentos Favoráveis Quanto À Modelagem Matemática	13
2.4.2 Argumentos Desfavoráveis Quanto À Modelagem Matemática	14
3 ESTRUTURA DAS AULAS	16
4 APLICAÇÃO DA ATIVIDADE.....	19
5 CONCLUSÃO	28
REFERÊNCIAS.....	30
APÊNDICE A – Dados do micrômetro 25_14	31
APÊNDICE B – Dados do micrômetro 25_13	32

1 INTRODUÇÃO

O presente caderno pedagógico tem como público alvo professores de matemática que atuam na formação inicial de professores de matemática interessados em utilizar a Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem no ensino de ajuste de funções entre outros conteúdos pertencentes à matriz curricular do curso de licenciatura em matemática. O objetivo deste é proporcionar aos acadêmicos de do curso de formação de professores de matemática o conhecimento de tal estratégia de ensino e aprendizagem que os permite associar os conteúdos matemáticos a atividades extra-matemática pertencentes a outras áreas do conhecimento. Assim, por meio de problemas reais, demonstrar a potencialidade da Modelagem Matemática na introdução, exemplificação e aplicação da matemática aprendida em sala de aula em situações reais.

O uso de estratégias de ensino e aprendizagem auxiliam o professor no desenvolvimento de sua atividades e pode proporcionar aos alunos um olhar diferente sobre a matemática, desmitificando sua complexidade e inaplicabilidade dos conceitos matemáticos em situações cotidianas bem como colabora no desenvolvimento da capacidade de análise, de crítica e interpretação de fenômenos na busca de soluções matemáticas para problemas não matemáticos.

Diante do exposto, segundo Almeida (2002a e 2002b) a Modelagem Matemática emerge como uma estratégia de ensino e aprendizagem de matemática na perspectiva da Educação Matemática. Esta pode ser implementada de forma gradativa de acordo com o domínio do professor sobre a estratégia, dos alunos de acordo como o conhecimento matemático entre outros. Dessa forma, os alunos tornam-se críticos e analíticos sobre as situações cotidianas e são convidados a utilizar a estratégia de ensino e aprendizagem de Modelagem Matemática com seus futuros alunos.

2 MODELAGEM MATEMÁTICA

A Modelagem Matemática tem como essência em seu processo a integração da Matemática com outras ciências com o objetivo de solucionar um problema real com o auxílio da matemática ou de outro conhecimento e não somente o desenvolvimento e conhecimento matemático.

Outra definição de Modelagem Matemática, apresentada por Bassanezi (2002, p.24) é

A modelagem matemática é um processo dinâmico utilizado para obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual.

O uso de modelagem está diretamente ligado a idéia de aplicação da matemática e de seus conceitos em fenômenos do mundo real. Para Bassanezi (2002), todo argumento matemático é ou pode ser relacionado com a realidade pertence à Matemática Aplicada, que por sua vez, hoje, pode ser considerada como a arte de aplicar matemática a situações problemáticas utilizando-se de modelagem matemática.

Diante disso pode-se dizer que a Modelagem Matemática constitui um método de pesquisa científica e quando utilizada como método científico possui alguns pontos que devem ser levados em consideração. Para explicar a sua importância enquanto método de pesquisa e de acordo com Bassanezi (2002) a sua utilização possibilita:

- Estimular idéias novas e técnicas de experimentos;
- Dar informações em diferentes aspectos dos previstos inicialmente;
- Ser um método para se fazer interpolações, extrapolações e previsões;
- Sugerir prioridades de aplicações de recursos e pesquisas e eventuais tomadas de decisão;
- Preencher lacunas onde existem falta de dados experimentais;
- Servir como recurso para melhor entendimento da realidade;
- Servir de linguagem universal para compreensão e entrosamento entre pesquisadores em diversas áreas do conhecimento.

O autor ainda relata que a Modelagem Matemática teve grande participação no avanço de determinadas ciências como Física e Química Teórica e na Biomatemática devido à complexidade e evolução dos modelos matemáticos. Porém, mesmo com a complexidade dos fenômenos biológicos, não há desinteresse de “matematizar” esta disciplina, pelo contrário, existem cada vez mais adeptos, pois a Biomatemática se tornou fonte fértil para o desenvolvimento da própria Matemática.

De forma similar, outras áreas têm utilizado a Modelagem Matemática para o seu próprio desenvolvimento, seja na organização e análise de dados, testes de validação de teoria, modelos de análise de mercado como no tratamento de dados para tomada de decisões.

Para Bassanezi (2002) a modelagem tem caráter multidisciplinar o que vai de encontro ao proposto pelas tendências educacionais que é ruptura das barreiras entre mais diversas áreas de pesquisa. Segundo Ferruzzi (2003, p.37)

A Modelagem Matemática é um processo dinâmico, onde, partindo-se de um problema real, associado a um conjunto de hipóteses, é obtido um modelo que forneça possíveis soluções para o problema. Como método de pesquisa, tem uma orientação metodológica a ser seguida. Neste sentido, foram elaborados diferentes esquemas visando descrever as etapas pertinentes a um processo de Modelagem Matemática.

Assim, vários esquemas diferentes foram desenvolvidos na intenção de descrever as etapas que norteiam o processo de Modelagem Matemática. Na sequência são descritas as etapas de um processo de Modelagem Matemática.

2.1 ETAPAS DE UM PROCESSO DE MODELAGEM MATEMÁTICA

O processo de Modelagem Matemática, de modo geral, segue algumas etapas na tentativa de lograr êxito na obtenção do modelo matemático. Sendo assim, seguir-se-á as etapas propostas por Almeida (2002a) para desenvolvimento da atividade como seguem na Figura 1:

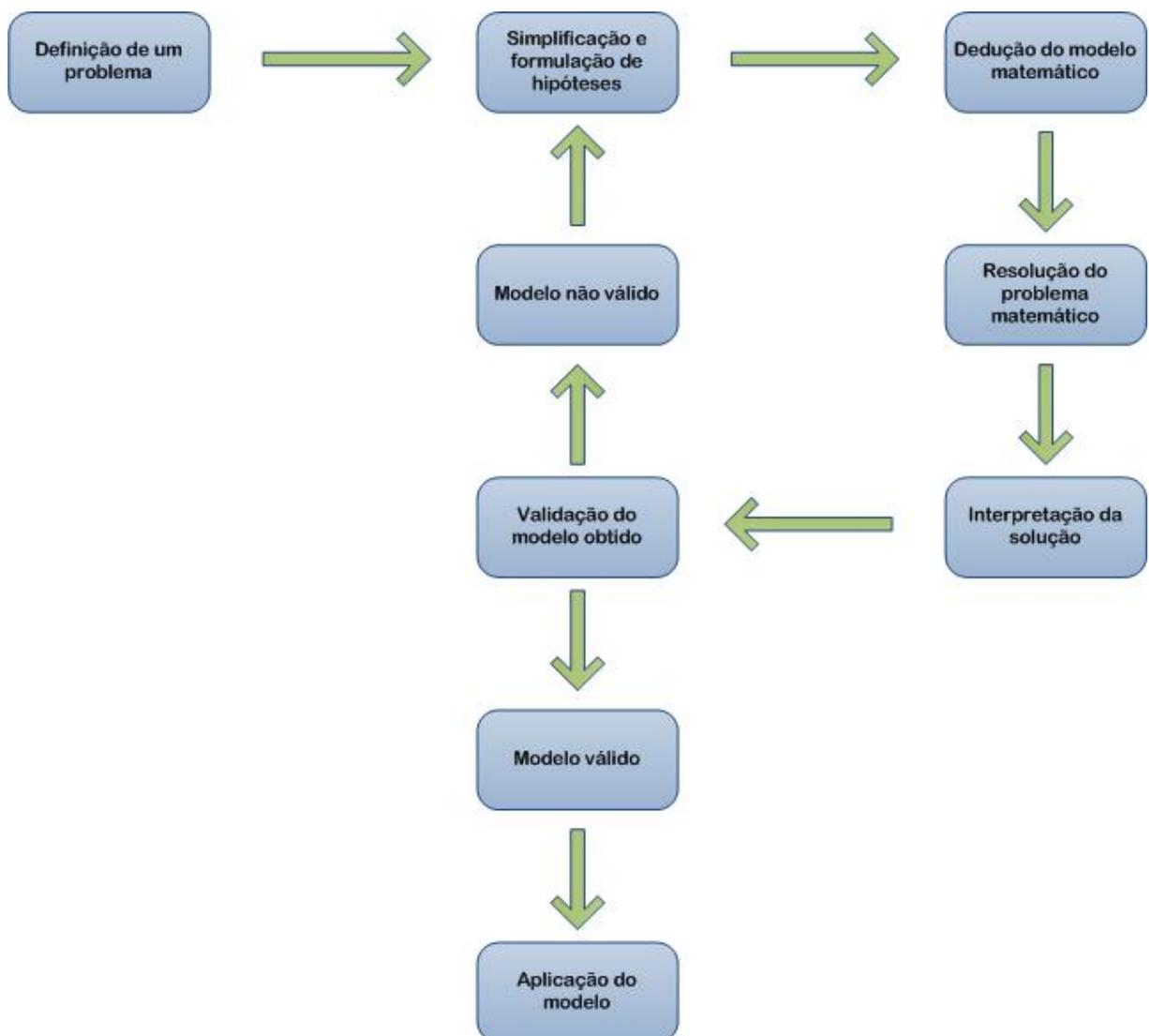


Figura 1 - Etapas sugeridas para realizar um processo de Modelagem Matemática
Fonte: Almeida (2002a).

Diante das etapas sugeridas para o processo de Modelagem Matemática, a seguir são explicadas individualmente com base em Almeida (2002a):

- *Definição de um problema*: o modelador deve identificar uma situação-problema para ser investigada e iniciar as pesquisas bibliográficas ou entrevistas com pessoas que conheçam o assunto para levantar os dados necessários para solucionar o problema;
- *Simplificação e formulação de hipóteses*: devem ser analisados e selecionados os dados que mantenham as características do problema. Em seguida faz-se uma simplificação, ou seja, selecionam-

se as variáveis que comporão o estudo e as que poderão ser descartadas;

- *Dedução do modelo matemático*: esta fase é onde ocorre a transferência de linguagem do problema para a linguagem matemática, podendo ser representado conforme definição de modelo matemático feita anteriormente;
- *Resolução do problema matemático*: deve-se tentar a resolução do problema matemático formulado utilizando-se dos recursos matemáticos, ou seja, “que Matemática utilizar?”;
- *Validação do modelo*: etapa em que é verificado se o modelo encontrado é válido de acordo com os dados iniciais do problema. Caso o modelo seja válido, ele pode ser utilizado para analisar, realizar previsões e tomar decisões acerca situação-problema. Caso contrário, o modelador deve retornar ao processo de Modelagem Matemática, na etapa de simplificação e formulação de hipóteses para a seleção das variáveis até a obtenção do outro modelo matemático;
- *Aplicação do modelo*: em caso de validade do modelo matemático, este pode ser utilizado para fazer previsões, deduções, explicações e decisões acerca da situação-problema.

Estas etapas são determinadas para direcionar o processo de Modelagem Matemática para que possibilitem o resultado ideal na resolução de situações-problemas por meio de Modelagem Matemática, porém não há necessidade em segui-las rigorosamente.

2.2 MODELAGEM MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

A forma como a Matemática vem sendo ensinada em algumas salas de aula tem feito com que os alunos conformem-se com o que lhes é ensinado. O ensino descontextualizado e desconexo que enfatiza a memorização de fórmulas,

técnicas e procedimentos em vez de conceitos, faz com que os alunos tenham um entendimento incorreto da Matemática, com conteúdos prontos e acabados e inaplicáveis a problemas cotidianos e outras ciências.

Na busca pela ruptura do ensino tradicional surgem as tendências da Educação Matemática, em especial a Modelagem Matemática, proporcionando o desenvolvimento do raciocínio crítico e a capacitação do aluno para análise de problemas motivando-os a estudar a Matemática além daquela envolvida no problema.

Para Beltrão (2009, p.78)

É inegável que as escolas, em especial as universidades, oferecem um ensino que ainda funciona no sistema de autotransmissão, preocupado com aprovação em exames. Contudo, principalmente no que se refere o ensino de Matemática, a ênfase, na maioria das instituições tem ficado com o produto, em detrimento do processo, o que implica a má qualidade do primeiro.

Ainda que existam perspectivas diferentes para a Modelagem Matemática na literatura, todas convergem quanto às contribuições que a Modelagem Matemática apresenta no processo de ensino e aprendizagem de Matemática. Viecili (2006, p.27) “são indiscutíveis os argumentos favoráveis à Modelagem: motivação, facilitação da aprendizagem, preparação para utilizar a Matemática em diferentes áreas, desenvolvimento de habilidades e compreensão do papel sócio-cultural da Matemática”. Por este fato os autores relatam a importância de usar casos verídicos nas atividades de Modelagem Matemática em sala de aula, Niss (1992) defende que os casos verídicos são importantes para “tornar visível o significado da matemática para se compreender e lidar com o mundo” (p.2).

Mesmo com as oportunidades propostas pelas estratégias de ensino e aprendizagem, a utilização de qualquer uma exige alguns cuidados, como planejamento da atividade, domínio da própria estratégia e do conteúdo a ser trabalhado, entre outros. O trabalho com a Modelagem Matemática necessita que o professor tenha perfil criativo, motivador, seja mediador entre o conhecimento comum e o conhecimento matemático transformando o aluno em agente ativo no processo ensino e aprendizagem da Matemática, contribuindo para que o aluno tenha uma visão mais crítica da realidade.

2.3 COMO IMPLEMENTAR A MODELAGEM MATEMÁTICA EM SALA DE AULA

A maneira de se trabalhar com a Modelagem Matemática no ensino diverge, na literatura, de acordo com a forma de se organizar e o objetivo da atividade, mas concorda quanto à resolução de uma situação-problema por meio da Matemática.

Para Araújo (2002), mesmo que haja diferentes perspectivas quanto as atividades de Modelagem Matemática em sala de aula, a maioria dos pesquisadores corroboram a idéia de que utilizar a Matemática para solucionar problemas não matemáticos cujo objetivo seja o ensino e aprendizagem desta disciplina, desenvolve habilidades individuais e coletivas e a comunicação e interação entre os alunos.

Para o professor é necessária a vontade a ruptura das práticas educacionais tradicionais e a dedicação para enfrentar as exigências da utilização de uma estratégia de ensino e aprendizagem diferenciada na busca pela melhora da qualidade do ensino de Matemática. Segundo D' Ambrosio (1986, p. 51)

Não temos dúvida de que o ponto de partida para essa mudança que é efetivamente uma mudança de mentalidade, mudança de maneira de ver as coisas e das próprias estratégias para enfrentar os problemas e as situações que a realidade nos apresenta, repousa em alterações profundas na concepção do sistema educacional.

No caso específico da Modelagem Matemática, para sua implementação em sala de aula, o professor precisa ter familiaridade com a estratégia e com os conteúdos envolvidos no processo para que possa auxiliar os alunos no decorrer das atividades, pois estes podem sentir dificuldade no processo de modelagem.

Por este fato, Almeida (2002b) diz que as atividades de Modelagem Matemática, em ambientes de ensino e aprendizagem, podem ser implementadas gradativamente respeitando os seguintes diferentes momentos:

- *Momento 1:* o professor desenvolve com os alunos atividades que possibilitem a dedução, a utilização, análise e exploração de um modelo matemático de uma situação problema já definida.

Neste momento o professor faz a apresentação do processo de Modelagem Matemática que é importante para motivar os alunos quanto a utilização do processo de Modelagem Matemática no ensino de Matemática. Na sequência define-se o processo e exemplificam-se situações onde tal processo foi utilizado para solucionar um problema prático, com objetivos definidos.

- *Momento 2:* neste, o professor propõe a turma uma situação problema já definida juntamente com as informações do problema previamente coletadas, e os alunos realizam o levantamento e simplificação das hipóteses, deduzem o modelo matemático durante o desenvolvimento do processo e, por fim, a validação do modelo obtido para solução do problema em questão.

Neste instante os alunos ainda estão se familiarizando com o processo de Modelagem Matemática e as informações levantadas sobre o problema são fornecidas pelo professor, não essencialmente coletadas em loco por ele, mas neste caso por uma pessoa especializada dependendo do problema em questão.

- *Momento 3:* a turma é dividida em grupos e estes são convidados a criar um modelo por meio de Modelagem Matemática de uma situação problema escolhida pelo grupo. Desde a escolha do problema a investigar, o levantamento de hipóteses e simplificação, dedução do modelo e a validação estão a cargo do grupo e sob a supervisão do professor. E dependendo do problema a ser investigado o grupo necessitará de pesquisar o assunto para o entendimento e conseqüente solução do problema.

Após o estabelecimento do problema, os alunos iniciam o levantamento de informações na busca de uma possível solução. Em seguida, a etapa de validação do modelo possibilita aos alunos analisarem, tomarem decisões, discutirem e provarem a experiência da descoberta, do novo, fazendo com eles tornem-se críticos e que compreendam os fenômenos que os cercam.

Ferruzzi (2003) propõe que ao concluir a validação do modelo o grupo faça uma apresentação do trabalho ao restante da turma na forma oral, pois esta favorece a desenvoltura, aperfeiçoa a capacidade de expressar-se e defender suas idéias, enquanto a apresentação escrita enfatiza a organização e a capacidade de exprimir-se matematicamente.

2.4 ARGUMENTOS RELATIVOS DA IMPLEMENTAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA EM SALA DE AULA

A implementação da Modelagem Matemática no ensino exige que o professor aprenda a fazer Modelagem Matemática e a utilizá-la enquanto estratégia de ensino e aprendizagem de Matemática tendo em mente que a Modelagem Matemática pode ser uma forma de motivar os alunos para a aprendizagem de conceitos matemáticos por meio da arte de modelar, matematicamente fenômenos do cotidiano.

Assim, há várias oportunidades (argumentos favoráveis) e barreiras (argumentos desfavoráveis) quanto a implementação da Modelagem Matemática no ensino de Matemática, porém neste momento o objetivo é relacioná-las para reflexão.

2.4.1 Argumentos Favoráveis Quanto À Modelagem Matemática

Diversos pesquisadores relacionam argumentos favoráveis da implementação de Modelagem Matemática no ensino de Matemática. Bassanezi (2002) aponta os cinco argumentos a seguir.

- *Argumento formativo*: destaca as aplicações Matemáticas como processos desenvolvedores da capacidade e atitude dos estudantes, deixando-os criativos, habilidosos e exploratórios.
- *Argumento de competência crítica*: tem a finalidade de preparar os alunos para a vida como cidadãos atuantes na sociedade e competentes que possam reconhecer e compreender exemplos

de aplicações de conceitos matemáticos. Skovsmose (2000) diz que a Matemática deve ter um papel político e social, contribuindo para a formação do cidadão crítico, e que dessa forma teríamos uma Educação Matemática Crítica.

- *Argumento da utilidade*: enfatiza que o conhecimento da Matemática pode preparar o estudante para utilizar a Matemática como ferramenta para resolver problemas em situações e áreas diferentes.
- *Argumento intrínseco*: enfatiza que a Modelagem dá possibilidades ao aluno para interpretar e entender a Matemática nas suas mais diversas formas.
- *Argumento de aprendizagem*: afirma que os processos aplicativos facilitam a compreensão dos argumentos matemáticos, a fixação dos conceitos e a valorização da Matemática.

Segundo Bassanezi (2002), a utilização da Modelagem Matemática no processo de ensino e aprendizagem da Matemática torna a disciplina mais agradável, desenvolve o espírito de investigação, possibilita a aplicação da Matemática para resolver problemas de outras ciências e relaciona a realidade dos alunos com os conteúdos aprendidos em sala de aula, tornando-os cidadãos críticos e atuantes na sociedade.

2.4.2 Argumentos Desfavoráveis Quanto À Modelagem Matemática

Mesmo com todos os argumentos favoráveis já citado anteriormente quanto a implementação da Modelagem Matemática em sala de aula, existem obstáculos, principalmente enquanto estratégia de ensino e aprendizagem em cursos regulares, que podem ser apontados. Bassanezi (2002) destaca os seguintes:

- *Obstáculos instrucionais*: em função do processo de Modelagem Matemática ser demorado, até mesmo pela sua característica interdisciplinar, o programa pode não ser cumprido em função do tempo.
- *Obstáculos para os estudantes*: com a utilização da Modelagem Matemática os alunos deixam de ser passivos no processo de ensino e aprendizagem e por este motivo podem sentir-se incapazes e tornarem-se apáticos durante as aulas por estarem acostumados com o método tradicional de ensino onde o professor é o transmissor do conhecimento. Neste momento também é importante escolher temas motivadores e possíveis de serem resolvidos pelos alunos para mantê-los estimulados.
- *Obstáculos para os professores*: vários professores não se sentem a vontade para utilizar a Modelagem Matemática em suas aulas por sentirem sua autoridade ameaçada por desconhecerem o processo ou por se depararem com situações complicadas quanto a aplicação da Matemática em outras áreas. Também acreditam que levarão muito tempo para preparar suas aulas e não terão tempo para estes tipos de atividades e de cumprir todo o programa da disciplina.

Segundo Barbosa (1999), os professores reconhecem os obstáculos da implementação da Modelagem Matemática em sala de aula, mas reconhecem que sua utilização traz vantagens para a aprendizagem da Matemática.

3 ESTRUTURA DAS AULAS

A aplicação do projeto foi realizada com os formandos do curso de licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Norte Paraná, Campus Cornélio Procópio. Neste projeto os alunos conheceram e utilizaram a Modelagem Matemática enquanto estratégia de ensino e aprendizagem de Matemática para aplicar futuramente em suas aulas.

Todos os formandos, em número de vinte e quatro, participaram da pesquisa e receberam o cronograma de atividades para desenvolvimento do projeto onde foram realizados encontros semanais na UENP-CP.

No início da atividade foram fornecido aos alunos textos que justifiquem a importância da Matemática no cotidiano e suas aplicações para que eles estejam cientes da importância desta disciplina em suas vidas.

Durante a execução das atividades foi registrado por meio de fotos e gravações de áudio, a participação dos alunos, suas falas, suas exposições e seu desempenho durante a atividade no decorrer do desenvolvimento do projeto. Tais atividades permitiram analisar as atitudes dos alunos quanto a participação nos debates, as exposições, suas interações com os colegas e com o professor e sua motivação para o desenvolvimento das atividades práticas.

Como a atividade foi desenvolvida em quinze horas, sendo dois encontros semanais de noventa minutos cada, totalizando cinco semanas. A primeira atividade realizada, pelo fato dos alunos do curso de Matemática desconhecer o equipamento, a importância da calibração deste na engenharia mecânica e conseqüentemente na fabricação de equipamentos para utilização da sociedade, foi uma visita ao laboratório de Metrologia da UTFPR-CP para conhecer equipamentos de medição de forma geral e especificamente o micrômetro, seus componentes e sua finalidade.

Na semana seguinte, após a visita ao laboratório de metrologia, iniciou-se o projeto na UENP, divididos como segue:

- *Encontro primeiro* – foi apresentado contexto histórico da Modelagem Matemática e as aplicações matemáticas nas mais diversas áreas do conhecimento.

- *Encontro segundo* – realizou-se a definição do processo de Modelagem Matemática enquanto estratégia de ensino e aprendizagem de Matemática, suas formas de implementação em sala de aula, aplicação em cursos regulares e vantagens e desvantagens da sua utilização na Educação Matemática.
- *Encontro terceiro* – Os alunos foram divididos em três grupos para realização da atividade para a aplicação do ajuste linear.
- *Encontro quarto e quinto* – foi apresentada outra atividade para aplicação do conceito de ajuste quadrático com a situação problema já definida. Ao final, os grupos apresentaram para sala o desenvolvimento do processo de Modelagem Matemática com as etapas por eles utilizadas, seguindo o descrito por Almeida (2002b) conforme capítulo quarto, para obtenção do modelo, o modelo matemático encontrado, a validação e aplicação do modelo.
- *Encontro sexto* – Realizou-se um debate com a sala para verificar a opinião dos alunos quanto a Modelagem Matemática enquanto estratégia de ensino e aprendizagem e encerramento das atividades prévias, como ajuste linear e quadrático.
- *Encontro sétimo* – foi colocada a terceira atividade, a estimativa do modelo matemático de calibração para um micrômetro, para verificação dos objetivos desta pesquisa.
- *Encontro oitavo e nono* – Estes encontros foram utilizados para auxiliar os grupos no desenvolvimento da atividade, dialogando sobre a atividade, os recursos matemáticos necessários para resolução da mesma.

- *Encontro décimo* – Este encontro serviu para apresentação de cada modelo matemático de calibração do micrômetro encontrado pelos grupos. Após tais apresentações e troca de informações, o projeto foi dado por encerrado e coube ao pesquisador transcrever os diálogos e anotações realizadas pelos alunos no decorrer das atividades.

4 APLICAÇÃO DA ATIVIDADE

Estimativa do Modelo Matemático de Calibração Para um Micrômetro

Duração: 15 horas

Objetivos: Estimar o modelo matemático de calibração para um micrômetro por meio da estratégia de ensino e aprendizagem de Modelagem Matemática.

Conteúdos trabalhados: Ajuste de funções

Recursos didáticos: software Excel e Curve Expert.

Apresentação da atividade:

No sétimo encontro foi apresentada aos alunos a atividade: Como estimar um modelo matemático para calibração do micrômetro?

Em função da visita ao laboratório de metrologia os alunos já conheciam o equipamento e sua forma de calibração, porém caso não seja possível realizar tal visita, o professor pode apresentar as imagens do equipamento e demais materiais aos alunos para a realização da atividade. Como sugestão para obter informações do funcionamento do micrômetro se pode acessar a página <http://fisicaengdeprodpuccsp.blogspot.com/2009/02/micrometro-virtual.html>.

O micrômetro é um equipamento utilizado para realizar medições lineares e são utilizados por engenheiros mecânicos, mecânicos, na construção civil, etc. O micrômetro também é comum em laboratórios didáticos da disciplina de Física nos ensinos médio e superior. Na Figura 2 tem-se o modelo de micrômetro utilizado na atividade.



Figura 2 – Micrômetro (0 - 25mm)

Fonte: o autor

Para a calibração do micrômetro são utilizados blocos padrão como medidas de referência. Estes blocos são produzidos e certificados por empresas autorizadas pelos órgãos competentes para garantir a calibração do equipamento, conforme Figura 3.



Figura 3 – Caixa de Bloco Padrão

Fonte: o autor

Desenvolvimento da atividade

Na realização da atividade sugere-se a utilização do *Momento 2*, pois de acordo com este *Momento* a atividade inicia-se com dados já coletados por pessoas com habilidade para realizar tal coleta, conforme especificado anteriormente. Portanto, para desenvolvimento da atividade inicia-se o trabalho a partir da etapa de formulação das hipóteses. Tais hipóteses devem ser definidas por cada grupo de acordo com o processo de Modelagem Matemática e com a utilização do software Excel e normas para calibração do micrômetro.

Sendo assim, o desenvolvimento da atividade deve ser realizado com base nas etapas de Modelagem Matemática conforme descritas na Figura 1.

a) Definição da situação problema

De que forma estimar o modelo matemático de calibração para um micrômetro?

b) Simplificação e formulação de hipóteses

- A temperatura da sala onde foi realizada a medição, o micrômetro e o jogo de bloco padrão estavam a mesma temperatura;
- O micrômetro e o jogo de bloco não apresentam oxidação;
- Foram utilizadas luvas durante a medição dos blocos;

- Desconsiderado o erro do observador;
- Valor da medida padrão: domínio de 0 a 25mm;
- Erro calibrado: $E(x)$;
- Medidas padrão (definidas pelas NBR): a ;
- Dados observados: x ;
- Erros: diferença da medida padrão e o dado observado;
- Modelo matemático estimado para calibração de um micrômetro: $C(x)$.

c) *Dedução do modelo matemático*

- De que forma estimar o modelo matemático de calibração para um micrômetro com base em uma função matemática?

d) *Resolução do problema matemático*

Após a apresentação do micrômetro e do bloco, apresentam-se os dados coleados na calibração do micrômetro a ser calibrado. Os dados coletados com o micrômetro denominado 25_5 estão especificados na Quadro 1.

Medidas padrão (mm)	Observados (mm)	Medidas padrão (mm)	Observados (mm)
0	-0,003	12,9	12,902
0	-0,003	12,9	12,901
0	-0,002	15	14,999
0	-0,001	15	14,999
0	-0,004	15	14,998
2,5	2,499	15	14,997
2,5	2,498	15	14,999
2,5	2,498	17,6	17,599
2,5	2,499	17,6	17,6
2,5	2,499	17,6	17,597
5,1	5,109	17,6	17,598
5,1	5,101	17,6	17,598
5,1	5,106	20,2	20,199
5,1	5,107	20,2	20,205
5,1	5,103	20,2	20,199
7,7	7,709	20,2	20,2
7,7	7,708	20,2	20,2
7,7	7,7	22,8	22,801
7,7	7,709	22,8	22,796
7,7	7,701	22,8	22,797
10,3	10,302	22,8	22,799
10,3	10,303	22,8	22,799
10,3	10,308	25	25
10,3	10,301	25	24,999
10,3	10,301	25	24,997
12,9	12,901	25	24,992
12,9	12,902	25	24,998
12,9	12,905		

Quadro 1 – Dados coletados pelo micrômetro 25_5

Fonte: o autor.

- I. De posse dos dados deve-se calcular o erro encontrado nas medições entre as medidas padrão e os dados observados, conforme Quadro 2.

Medidas padrão (mm)	Observados (mm)	Erro	Medidas padrão (mm)	Observados (mm)	Erro
0	-0,003	-0,003	12,9	12,902	-0,002
0	-0,003	-0,003	12,9	12,901	-0,001
0	-0,002	-0,002	15	14,999	0,001
0	-0,001	-0,001	15	14,999	0,001
0	-0,004	-0,004	15	14,998	0,002
2,5	2,499	0,001	15	14,997	0,003
2,5	2,498	0,002	15	14,999	0,001
2,5	2,498	0,002	17,6	17,599	0,001
2,5	2,499	0,001	17,6	17,6	0
2,5	2,499	0,001	17,6	17,597	0,003
5,1	5,109	-0,009	17,6	17,598	0,002
5,1	5,101	-0,001	17,6	17,598	0,002
5,1	5,106	-0,006	20,2	20,199	0,001
5,1	5,107	-0,007	20,2	20,205	-0,005
5,1	5,103	-0,003	20,2	20,199	0,001
7,7	7,709	-0,009	20,2	20,2	0
7,7	7,708	-0,008	20,2	20,2	0
7,7	7,7	0	22,8	22,801	-0,001
7,7	7,709	-0,009	22,8	22,796	0,004
7,7	7,701	-0,001	22,8	22,797	0,003
10,3	10,302	-0,002	22,8	22,799	0,001
10,3	10,303	-0,003	22,8	22,799	0,001
10,3	10,308	-0,008	25	25	0
10,3	10,301	-0,001	25	24,999	0,001
10,3	10,301	-0,001	25	24,997	0,003
12,9	12,901	-0,001	25	24,992	0,008
12,9	12,902	-0,002	25	24,998	0,002
12,9	12,905	-0,005			

Quadro 2 – Erros das medições do micrômetro 25_5

Fonte: o autor.

- II. Construir a relação entre as medidas padrão e o erro das medições, conforme Figura 4.

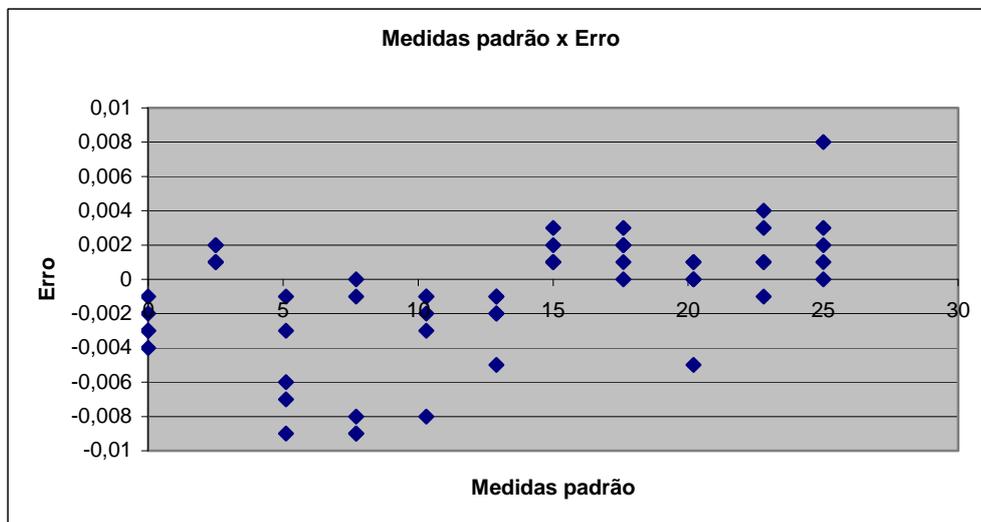


Figura 4 – Medidas padrão x Erros das medições

Fonte: o autor.

Neste momento é impossível definir uma função por estes pontos pelo fato de uma medida padrão ter cinco valores de erro.

III. Determinar a média para os erros de cada medida padrão, pois assim é possível determinar um par ordenado composto pelo erro médio e a cada medida padrão, conforme Quadro 3.

Medidas padrão	0	2,5	5,1	7,7	10,3	12,9	15	17,6	20,2	22,8	25
Erro médio	-0,003	0,0014	-0,0052	-0,0054	-0,003	-0,0022	0,0016	0,0016	-0,0006	0,0016	0,0028

Quadro 3 – Medidas padrão x Erros das medições

Fonte: o autor.

IV. Construir o gráfico com as medidas padrão e o erro médio para visualizar a tendência dos pontos e fazer suposições sobre estes. Vide Figura 5.

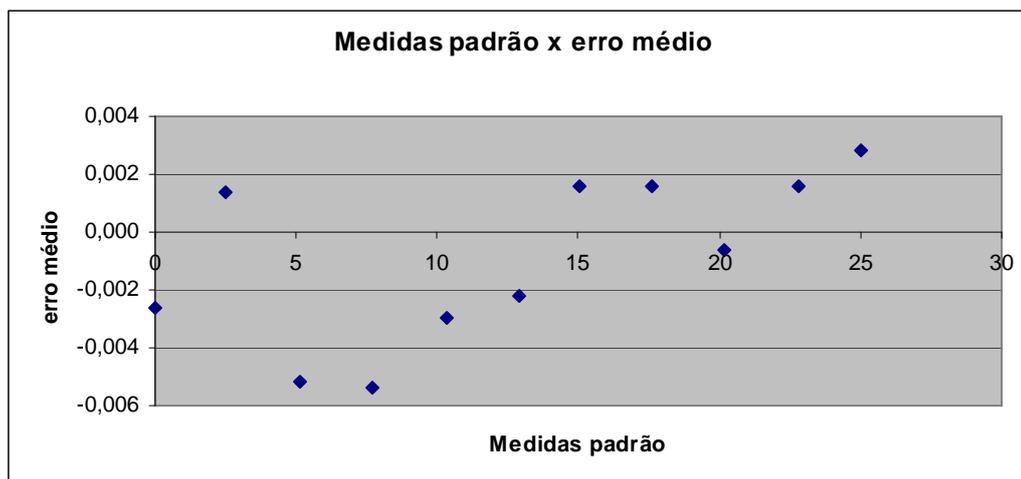


Figura 5 – Medidas padrão x Erros das medições

Fonte: o autor.

V. Para definir a linha de tendência dos dados deve-se utilizar o software Excel que permite realizar vários testes com diversos tipos de linha de tendência e escolher a que possui melhor coeficiente de determinação (r^2), ou seja, o valor mais próximo de 1.

A determinação da linha de tendência visualmente demonstra se tratar de um modelo polinomial, mas os alunos podem fazer a definição de cada tipo de tendência e verificar o coeficiente de determinação para acatar ou descartar o modelo determinado.

Neste caso e dos outros dados contidos no APÊNDICE A e B¹, trata-se de uma função polinomial de sexto grau², como pode ser verificado no Excel. Porém, deve-se utilizar o Curve Expert para verificar que para graus maiores do polinômio o coeficiente de determinação não apresenta melhora significativa.

Adicionar linha de tendência polinomial de grau sexto aos dados de medidas padrão x erro médio conforme Figura 6.

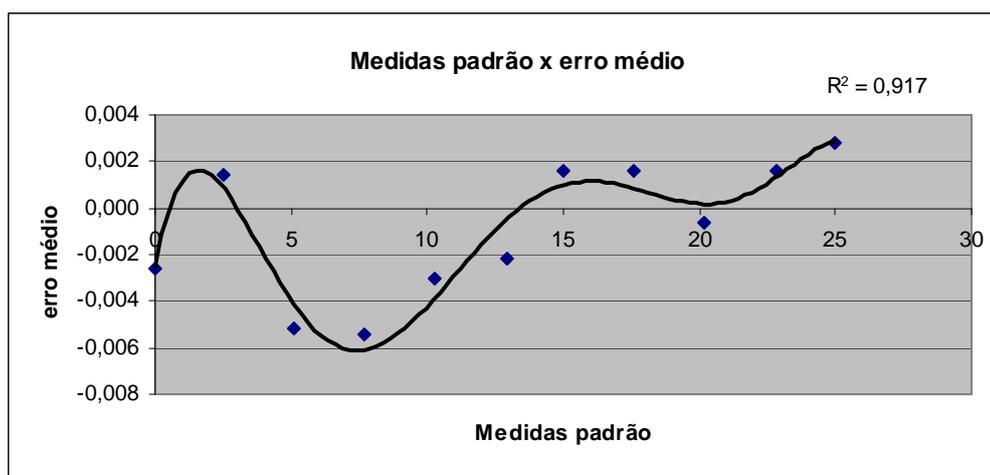


Figura 6 – Linha de tendência polinomial para as Medidas padrão x Erros das medições
Fonte: o autor.

A linha de tendência polinomial de grau sexto definida acima possui como função o modelo matemático do erro estimado na calibração do micrômetro descrito abaixo:

$$E(x) \cong -0,002901 + 0,006299x - 0,00281x^2 + 0,0004233x^3 - 0,00002852x^4 + 0,0000008922x^5 - 0,00000001056x^6$$

Os parâmetros definidos no modelo do erro estimado para calibração do micrômetro podem ser obtidos no Curve Expert ou no Excel analisando as aproximações feitas pelo software. No caso do Excel o número de casas decimais é menor e o arredondamento pode causar variação nos dados, então foram utilizadas no mínimo seis casas decimais definidas pelo software Curve Expert.

¹ Existem dois conjuntos de dados diferentes nos APÊNDICES que podem ser utilizados para realizar a atividade de ajuste de funções para estimativa de modelo matemático de calibração de micrômetros.

² Os modelos obtidos provavelmente serão diferentes. Cada equipamento pode apresentar um comportamento diferente, ou seja, apresentar erros de medições diferentes. Assim, outros equipamentos provavelmente apresentarão modelos de calibração diferentes.

Para estimar o modelo de calibração do micrômetro deve-se realizar a diferença entre o *dado observado* (x) e o *erro estimado* ($E(x)$) que deve retornar a medida padrão.

Na prática não se sabe qual a espessura do bloco padrão que está sendo medido. Como se confia no modelo de calibração, o valor numérico obtido para $C(x)$ é considerado como sendo o verdadeiro diâmetro da peça que está sendo medida.

$$C(x) = x - E(x)$$

e) *Validação do modelo*

Após definição do modelo matemático para o erro estimado para calibração do micrômetro deve fazer a validação com os dados utilizados para determinação do modelo, conforme descrito anteriormente.

Esta validação pode ser realizada no Excel e permite comparar as medidas padrão com os dados calculados pelo modelo de calibração. Como se tem que validar o modelo com os valores que foram utilizados em sua determinação, pode-se escolher aleatoriamente os dados observados que deseja comparar. Neste caso escolheram-se os dados observados que estão na segunda linha, conforme Quadro 4.

Medida padrão (a)	0,00	2,50	5,10	7,70	10,30	12,90	15,00	17,60	20,20	22,80	25,00
Dados observado	-0,003	2,498	5,106	7,708	10,301	12,905	14,997	17,598	20,205	22,799	24,995
Modelo calibrado ($C(x)$)	0,00	2,50	5,11	7,71	10,30	12,91	15,00	17,60	20,20	22,80	24,99

Quadro 4- Cálculo pelo modelo matemático estimado para calibração do micrômetro ($C(x)$)

Fonte: o autor.

Após a comparação dos dados deve-se verificar a diferença entre o valor encontrado no modelo e a medida padrão. Caso estas sejam próximas deve-se dar o modelo como válido, pois se trata de um modelo voltado para Educação Matemática onde o interesse deve ser a contextualização e aplicação de conceitos matemáticos.

Por se tratar de um modelo válido, segue-se para a etapa de aplicação do modelo.

f) *Aplicação do modelo*

Para aplicação do modelo foram escolhidos blocos padrão, no domínio de 0 mm a 25 mm, aleatoriamente. Foram observados os diâmetros dos blocos padrão escolhidos. O quadro 5 abaixo apresenta as medidas dos blocos padrão utilizados com as respectivas medidas observadas.

Medida padrão (a)	1,05	4,85	6,15	8,40	12,10	14,00	17,10	18,40	21,30	24,50
Dados observados	1,051	4,848	6,151	8,403	12,112	14,000	17,101	18,400	21,308	24,500

Quadro 5- Medidas padrão para aplicação do modelo matemático

Fonte: o autor.

Com o modelo matemático $E(x)$ estimam-se os respectivos erros para cada observação realizada. Exemplificando, segue abaixo o cálculo do erro estimado para o valor observado 1,051 mm.

$$E(x) \cong -0,002901 + 0,006299(1,051) - 0,00281(1,051)^2 + 0,0004233(1,051)^3 - 0,00002852(1,051)^4 + 0,0000008922(1,051)^5 - 0,0000001056(1,051)^6$$

$$E(x) \cong 0,001073$$

Para a observação 1,051 mm foi estimado um erro de 0,001073 mm. Para o erro estimado $E(x)$ foram consideradas seis casas decimais para que as medidas não fossem distorcidas, pois aproximações ao longo da atividade podem causar distorções no modelo.

Seguindo o mesmo procedimento, realizado para o dado observado de 1,051mm, para as demais observações, têm-se os erros estimados para os diâmetros de cada bloco padrão utilizado. Em seguida estima-se o verdadeiro diâmetro de cada bloco com a equação $C(x) = x - E(x)$. Os resultados desse procedimento são apresentados no Quadro 6 a seguir.

Medida padrão (a)	1,05	4,85	6,15	8,40	12,10	14,00	17,10	18,40	21,30	24,50
Dados observados	1,051	4,848	6,151	8,403	12,112	14,000	17,101	18,400	21,308	24,500
Erro estimado ($E(x)$)	0,001073	-0,003681	-0,005502	-0,057590	-0,001257	0,000771	0,001640	0,001457	0,002108	0,006018
Modelo calibrado ($C(x)$)	1,05	4,85	6,16	8,41	12,11	14,00	17,10	18,40	21,31	24,49

Quadro 6- Medidas padrão para aplicação do modelo matemático

Fonte: o autor.

Comparando a medida padrão e o modelo calibrado é possível verificar uma diferença. Tais diferenças podem ter sido causadas pelas aproximações do software Excel que efetua os cálculos com determinado número de casas decimais,

pois foram consideradas como verdadeiras as hipóteses de igualdade de temperatura da sala de medição a dos equipamentos, a coleta dos dados, uso de material adequado, dentro outros.

No entanto, é possível verificar que a aplicação do modelo é válida, pois retorna os valores da medida padrão. Assim, esta forma realização de calibração de micrômetro pode ser utilizada como atividade de contextualização do ensino de ajuste de funções ou até mesmo pelas áreas de engenharia e afins para calibração deste equipamento o que compõe a área da matemática aplicada.

5 CONCLUSÃO

A atividade realizada com os alunos permite identificar características num contexto no qual os alunos foram convidados a utilizar a Modelagem Matemática enquanto estratégia de ensino e aprendizagem de matemática. Neste contexto, a medida que os alunos investigam a situação-problema, pode-se identificar alguns aspectos que permitem identificar as facilidades e dificuldades encontradas em etapas do processo de Modelagem Matemática.

A utilização dos softwares disponíveis para atividade, Excel e o Curve Expert, possibilitou aos alunos realizarem a verificação das hipóteses, talvez por esquecimento ou falta de conhecimento matemático ou ainda pela não assimilação da aplicação do conteúdo matemático a uma situação-problema não fictícia. Fato este que entende-se como positivo, pois para os alunos foi possível utilizar estas ferramentas de tecnologia da informação e comunicação para revisar, e em alguns casos, aplicar conceitos matemáticos.

Percebe-se que a Modelagem Matemática surge como uma estratégia que possibilita à utilização dos recursos tecnológicos no processo de ensino e aprendizagem de Matemática articulando o conhecimento matemático a situação-problema. Essa atividade de Modelagem permitiu a (re)produção de conhecimento pelo pensamento coletivo, ou seja, as discussões realizadas no grupo e entre estes possibilitou a (re)produção do conhecimento matemático à medida utilizavam os recursos tecnológicos para simular e realizar desenvolvimentos matemáticos na busca pela solução do problema.

Tais simulações são possíveis, pois de posse dos dados coletados para pesquisa os alunos puderam construir a relação entre as grandezas, plotar o gráfico, adicionar linha de tendência, dentre outras representações. Assim, em se fazendo o uso das tecnologias de informação e comunicação por meio de software como o Excel e o Curve, é possível realizar as mais diversas representações dos dados da pesquisa em tela e com certa agilidade, e então, analisar, conjecturar e afirmar sobre a relação das grandezas.

A Modelagem Matemática nos permite pensar num ensino que possibilite aos alunos desenvolver e utilizar habilidades como identificar situações-problemas, levantar hipóteses e refutá-las, formular e desenvolver modelos

matemáticos e argumentar sobre a validade ou não destes modelos, dentre outras possibilidades.

A atividade desenvolvida proporcionou aos alunos um olhar diferente sobre a Educação Matemática. Pois, por meio da Modelagem Matemática os alunos contribuíram para a solução de um problema real de outra área do conhecimento o que vem a fortalecer a importância do conhecimento matemático e sua aplicação em atividades cotidianas.

Nesse sentido, a Modelagem Matemática enquanto estratégia de ensino e aprendizagem de Matemática na formação inicial de professores de matemática pode ser aplicada com intuito de que esta seja utilizada futuramente quando da atuação destes futuros professores, contribuindo para que seus alunos busquem, por meio do conhecimento matemático, do trabalho em grupo, da troca de experiências, soluções para problemas que a sociedade venha a encontrar.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M.W. (2002a) Introdução à Modelagem Matemática. Notas de aula. Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática. UEL. Londrina- Pr.

ALMEIDA, L. M.W; DIAS, M.R. (2002b) Modelagem Matemática em sala de aula. (no prelo)

ARAÚJO, J.L. (2002). Cálculo, Tecnologias e Modelagem Matemática: as discussões dos alunos. Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Rio Claro.

BARBOSA, J. C. O que pensam os professores sobre modelagem matemática? Zetetiké, Campinas, v.7, n.11, p. 67-81, jan 1999.

BASSANEZI, R. C. Ensino-aprendizagem com modelagem matemática, São Paulo: Editora Contexto, 2002.

BELTRÃO, M. E. P. Ensino de cálculo pela Modelagem Matemática e Aplicações – Teoria e prática. Tese de Doutorado, p. 322, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUCPR, Doutorado em Educação Matemática, São Paulo, 2009.

D'AMBROSIO, Ubiratan. *Da Realidade à Ação: Reflexões sobre Educação e Matemática*. Campinas: Ed. da Universidade Estadual de Campinas, 1986.

FERRUZZI, E. C. *A modelagem matemática como estratégia de ensino e aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral nos cursos superiores de tecnologia*, Dissertação de Mestrado, p. 154, Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC, Mestrado em Engenharia de Produção e Sistemas, Florianópolis, 2003.

<http://fisicaengdeprodpuccsp.blogspot.com/2009/02/micrometro-virtual.html>, consultado em 13/02/2010. PUCSP, FÍSICA PARA A ENGENHARIA DA PRODUÇÃO DA PUCSP: Micrômetro Virtual, Fevereiro 2009.

NISS, M. *O papel da aplicação e da modelação na matemática escolar*. In: Revista Educação e Matemática, nº 23, pp. 1-2. Lisboa, Portugal, 1992.

SKOVSMOSE, Ole. *Educação Matemática Crítica*. Campinas: Papirus, 2001.

VIECILI, C. R. C.; Modelagem Matemática: *uma proposta para o ensino de matemática*. Dissertação de mestrado, p. 119, Pontifícia universidade Católica do Rio Grande do Sul - PUCRS, Mestrado em Educação em Ciências e Matemática, Porto Alegre, 2006.

APÊNDICE A – Dados do micrômetro 25_14

Dados determinados	Dados observados	Dados determinados	Dados observados
0	0,03	12,9	12,938
0	0,029	12,9	12,938
0	0,03	15	15,038
0	0,03	15	15,039
0	0,03	15	15,033
2,5	2,537	15	15,037
2,5	2,531	15	15,064
2,5	2,531	17,6	17,64
2,5	2,531	17,6	17,643
2,5	2,53	17,6	17,641
5,1	5,14	17,6	17,641
5,1	5,14	17,6	17,64
5,1	5,14	20,2	20,242
5,1	5,14	20,2	20,245
5,1	5,141	20,2	20,242
7,7	7,74	20,2	20,241
7,7	7,739	20,2	20,245
7,7	7,739	22,8	22,838
7,7	7,739	22,8	22,839
7,7	7,739	22,8	22,84
10,3	10,335	22,8	22,839
10,3	10,334	22,8	22,84
10,3	10,334	25	25,038
10,3	10,334	25	25,038
10,3	10,331	25	25,039
12,9	12,939	25	25,039
12,9	12,935	25	25,037
12,9	12,939		

APÊNDICE B – Dados do micrômetro 25_13

Dados determinados	Dados observados	Dados determinados	Dados observados
0	-0,003	12,9	12,907
0	-0,003	12,9	12,907
0	-0,002	15	15,003
0	-0,001	15	15,002
0	-0,004	15	15,002
2,5	2,499	15	15,005
2,5	2,498	15	15,005
2,5	2,498	17,6	17,608
2,5	2,499	17,6	17,61
2,5	2,499	17,6	17,61
5,1	5,109	17,6	17,61
5,1	5,101	17,6	17,61
5,1	5,106	20,2	20,21
5,1	5,107	20,2	20,212
5,1	5,103	20,2	20,212
7,7	7,703	20,2	20,212
7,7	7,703	20,2	20,211
7,7	7,702	22,8	22,809
7,7	7,705	22,8	22,808
7,7	7,708	22,8	22,811
10,3	10,305	22,8	22,81
10,3	10,303	22,8	22,81
10,3	10,304	25	25,005
10,3	10,304	25	25,004
10,3	10,303	25	25,004
12,9	12,906	25	25,003
12,9	12,905	25	25,005
12,9	12,904		

APÊNDICE C – Fotos da aplicação da atividade

